XXII Olimpiada Española de Física 18 de febrero de 2011

Fase Local, Universidad de Salamanca

Nombre y apellidos: Centro:

Problema 1 – Física en un día de campo (4 puntos)

Para descansar de los últimos exámenes un grupo de amigos va a pasar un día de campo. Jorge se encargará de la comida, María de la bebida, Luis de organizar los desplazamientos y Marta, con su perro Chan, buscarán un buen sitio para comer.

1) Nada más salir, una ráfaga de viento vuela la gorra de Jorge, que queda enganchada en un árbol. Intentando cogerla, Jorge da un salto vertical de 64 cm de altura durante el cual se mantiene en el aire 0,7 s en total. María, saltadora de longitud de 45 kg, intenta también alcanzar la gorra, pero en vez de saltar verticalmente despega con un ángulo de 45^{o} respecto a la horizontal. Alcanza la misma altura vertical que Jorge, 64 cm sobre el suelo plano.
   a) ¿Cuánto tiempo ha estado María en el aire?
   b) ¿Qué longitud horizontal ha recorrido?
   c) ¿Cuál es su energía cinética en el punto más alto?

2) Al acercarse al embarcadero encuentran una balsa con la que pueden cruzar el lago. En reposo la balsa está 45 cm por debajo del nivel del suelo, pero cuando el agua se agita la balsa oscila hacia arriba y hacia abajo con amplitud 40 cm y período 4 s. Para embarcar con comodidad Luis quiere que la balsa no esté a más de 35 cm por debajo del nivel del suelo. ¿Durante cuánto tiempo en cada período se cumple esta condición?

3) Del otro lado del lago los amigos encuentran una caseta de apariencia misteriosa. Luis, a quien encantan las historias de casas abandonadas, pide a sus amigos entrar y explorar el sitio. Hacia el fondo de la primera habitación hay un murciélago que, asustado, escapa emitiendo ultrasonidos de frecuencia 60000 Hz. El oído del perro puede detectar frecuencias de hasta 58000 Hz. ¿A qué velocidad se debe alejar el murciélago del perro para que éste pueda percibir sus chillidos? (Velocidad del sonido en aire 340 m/s)

4) Después del susto con el murciélago, deciden echar un trago. Como hoy hace calor (temperatura ambiente 25^{o}C) María metió la botella de agua a enfriar en el frigorífico, y cuando la sacó la temperatura del agua era de 10^{o}C. Si toda la energía extraída del agua se hubiera invertido en lanzar el líquido verticalmente hacia arriba ¿hasta qué altura habría llegado?

   Nota: Calor específico del agua: 4,18 J/g·C (el calor específico de una sustancia es la cantidad de calor por unidad de masa necesaria para elevar un grado la temperatura de dicha sustancia).

Solución

1) En un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (MRUA) la relación entre la altura alcanzada h y el tiempo empleado en ello t es independiente de la velocidad inicial: $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$. Además el mismo tiempo se emplea en subir y en bajar recorriendo la misma distancia.
   a) Por tanto, como ambos llegan a la misma altura, ambos tardan el mismo tiempo: 0,7 s en total.

Nombre y apellidos: Centro:

b) La longitud horizontal x será el producto de la componente de la velocidad en esa dirección v_{0x} por el tiempo. Como la velocidad inicial forma un ángulo de 45º con la horizontal:

$$tg\ 45^o = \frac{v_{0_y}}{v_{0_x}} \rightarrow v_{0_x} = v_{0_y}$$

Para determinar v_{0y} se sabe que para llegar a la altura máxima (es decir, al punto en que la componente v_y se anula) han pasado 0,35 s.

$$v_y = v_{0_y} - g t_1 \rightarrow v_{0_y} = 9,8 \cdot 0,35 = 3,43\ m/s$$

$$x_{max} = v_{0_x} \cdot t = 3,43 \cdot 0,7 = 2,40\ m$$

c) En el punto más alto de su movimiento la componente y de la velocidad se anula, pero la componente x continúa teniendo el mismo valor inicial 3,43 m/s. La energía cinética en ese punto será:

$$E_c = \frac{1}{2} m\, v^2 = \frac{1}{2} m \left(v_x^2 + v_y^2 \right) = \frac{1}{2} 45 \cdot 3,43^2 = 264,7\ J$$

2) Tomando el origen de ordenadas a nivel del suelo, el movimiento de la barca oscilando viene descrito por: $y=y_0+A sen\ \omega t$. En concreto, y_0=-45 cm; la amplitud A= 40 cm; la frecuencia angular $\omega=2\pi/T=1,57\ s^{-1}$. Por tanto, y (en cm.) será:

$$y = -45 + 40\ sen\, 1,57 t\ .$$

En cada período el tiempo que se cumple la condición de estar la balsa a menos de 35 cm de la superficie es dos veces el intervalo desde el momento(t_1) en que está en y=-35 cm hasta que está en el punto más alto y=-5 cm.

$$-35 = -45 + 40\ sen\ (1,57\ t_1)$$

$$Luego\quad 0,25 = sen(1,57\ t_1)$$

$$y\quad t_1 = 0,16\ s\quad (OJO!\ calculadora\ en\ radianes)$$

El tiempo para llegar al punto más alto es la cuarta parte del período, en total, 1s. Por tanto entre el punto de y=-35 cm y el punto y=-5 cm tarda (1-0,16) = 0,84 s. Y en definitiva en cada período la barca estará en esa zona (subiendo o bajando) por un tiempo total de 1,68 s.

3) Como la velocidad del murciélago será pequeña frente a la velocidad del sonido, se puede calcular de forma aproximada, según: $\frac{f_{obs} - f_0}{f_0} = -\frac{v}{c}$ donde f_{obs} es la frecuencia observada por el perro, f_0 la que emitió el murciélago, v la velocidad del murciélago y c la velocidad del sonido. Así,

$$\frac{58000 - 60000}{60000} = -\frac{v}{340} \rightarrow v = 11,3\ m/s$$

4) Energía extraída del agua: $m \cdot c_{esp} \cdot (T_i - T_f)$

Diferencia de energía potencial entre los puntos final e inicial al lanzarlo hacia arriba: m·g·h.

Igualdad de energía: $m \cdot c_{esp} \cdot (T_i - T_f)$= m·g·h.

Luego; 4180·15=9,8·h → h=6398 m.

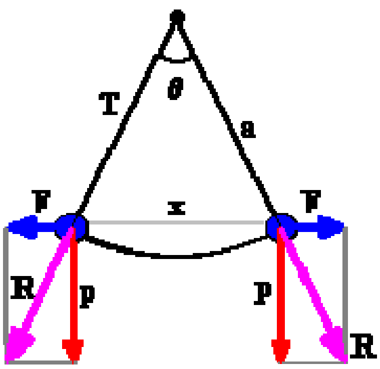
Nombre y apellidos: Centro:

Problema 2 (1,5 puntos)

Dos esferas de 25 g de masa cada una poseen idéntica carga eléctrica y cuelgan de sendos hilos inextensibles de masa despreciable y de 80 cm de longitud, suspendidos del mismo punto. Cada uno de los hilos forma idéntico ángulo de 45^o con la vertical. Calcula la carga de cada esfera y la tensión de los hilos.

Dato: k= $9{,}0\cdot10^9$ N·m^2· C^{-2}

Solución



La fuerza F que separa las cargas se debe a la repulsión electrostática, pues ambas son del mismo signo.

$F = k\cdot q^2 / x^2$

$x = 2\cdot a\cdot \text{sen}\,(\theta /2)$

Si están en equilibrio, la suma de la fuerza electrostática y el peso debe tener la dirección de la cuerda:

$\text{tg}\,(\theta /2) = F /p \quad \rightarrow \quad F = p\cdot \text{tg}\,(\theta /2)$

$k\cdot q^2 / x^2 = m\cdot g\cdot \text{tg}\,(\theta /2) \quad \rightarrow \quad q2 = m\cdot g\cdot x^2 \cdot\text{tg}\,(\theta /2)\ / k$

$q =2\cdot a\cdot\text{sen}\,(\theta /2)\cdot[m\cdot g\cdot\text{tg}\,(\theta /2)\ / k]^{1/2} =2\cdot 0.8\cdot \text{sen}\,45 \cdot[25\cdot10^{-3}\cdot9.8 \cdot\text{tg}45 /9\cdot10^9]^{1/2} = 5.9\cdot10^{-6}$ C

$F = 9\cdot10^9 \cdot (5.9\cdot10^{-6})^2 / (2\cdot0.8\cdot\text{sen}45)^2 = 0.245$ N

La tensión del hilo será:

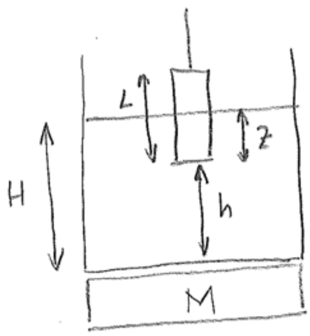
$T = R = p / \cos(\theta /2) = 25\cdot10^{-3} \cdot9.8 / \cos45 = 0.35$ N

Nombre y apellidos: Centro:

Problema 3 (1,5 puntos)

En una balanza electrónica (precisión 0,1 g) se encuentra un vaso de precipitados, de 25 cm de altura y 10 cm de diámetro interior, con agua. El agua en el vaso llega a una altura de 20 cm sobre el fondo y la balanza marca 1800,0 g. Con ayuda de un hilo, se introduce verticalmente en el vaso un cilindro de aluminio (densidad 2,7 g/cm^3) de 10 cm de longitud y 5 cm de diámetro, hasta depositarlo (verticalmente) en el fondo del vaso. Representa gráficamente, en función de la distancia desde la base inferior del cilindro al fondo del vaso, la masa indicada por la balanza a medida que se va introduciendo lentamente el cilindro en el agua. (Densidad del agua = 1 g/cm^3. Se desprecia el efecto del hilo y los efectos de tensión superficial.)

Solución



¿$M(h)$?

$$M = \frac{P}{g} = M_0 + \frac{E}{g}$$

Principio de Acción y Reacción + Principio de Arq.

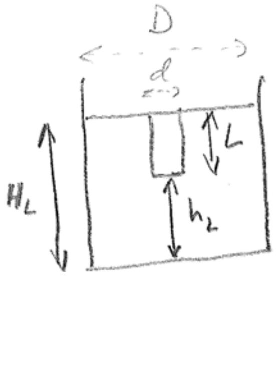
$$E = \begin{cases} \rho_{ag} A_2 z g & \text{si } 0 \le z \le L \\ \rho_{ag} A_2 L g & \text{si } z \ge L \end{cases}$$

$$A_1 = \pi \frac{D^2}{4} \qquad A_2 = \pi \frac{d^2}{4}$$

$$H = h + z = H_0 + \frac{A_2}{A_1} z = H_0 + \frac{d^2}{D^2} z$$

$$z = \frac{H_0 - h}{1 - \frac{d^2}{D^2}} \qquad (0 \le z \le L)$$

$$h(z) = H_0 - \left(1 - \frac{d^2}{D^2}\right) z \quad \rightarrow \quad h(L) = H_0 - \left(1 - \frac{d^2}{D^2}\right) L \equiv h_L$$



$H_0 = 20$ cm
$d = 5$ cm
$D = 10$ cm
$L = 10$ cm

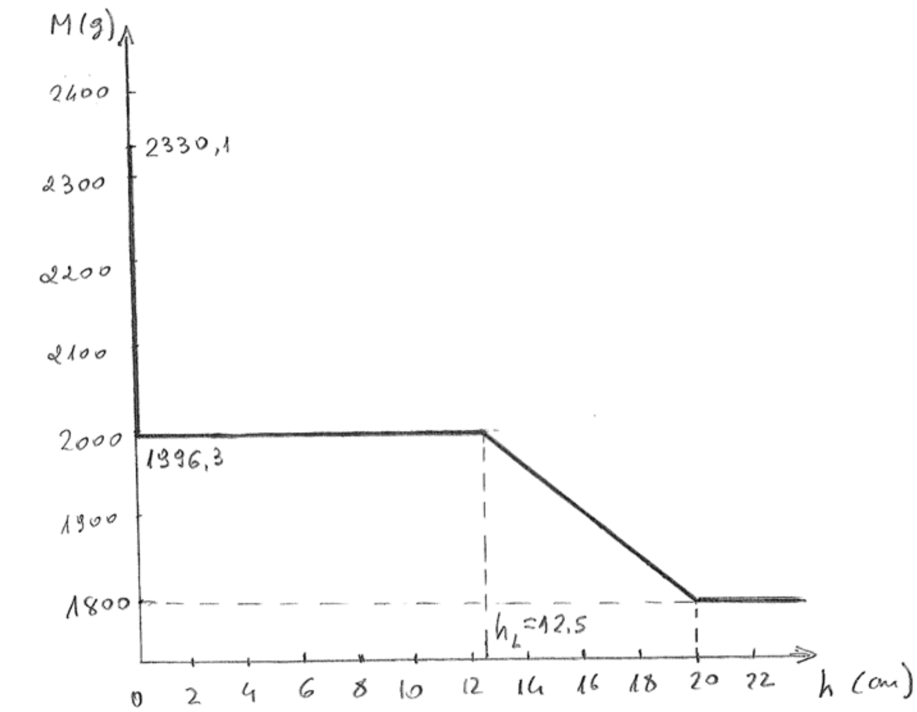
$h_L = 12.5$ cm

$H_L = h_L + L = 22.5$ cm < 25 cm

NO SE VIERTE AGUA

Nombre y apellidos: Centro:

$$M(h) \; (\text{en g}) = \begin{cases} 1800{,}0 & h \geq 20 \text{ cm} \\ 1800 + 26.18\,(20 - h) & 20 \text{ cm} \leq h \leq h_L \\ 1996{,}3 & h_L \leq h < 0 \\ \underbrace{2330{,}1}_{M_0 + \rho_{al}\,\pi \frac{d^2}{4} L} & h = 0 \end{cases} \qquad (h \text{ en cm})$$



Puntos importantes del problema

1. P. Arquimedes ⟶ empuje (agua sobre cuerpo)
2. Principio de acción y reacción (cuerpo sobre agua)
3. Efecto de "tamaño finito" ⟶ factor: $1 - \frac{d^2}{D^2}$

Nombre y apellidos: Centro:

Problema 4 (1,5 puntos)

Un astronauta observa desde su nave espacial un pequeño planeta esférico. Después de aterrizar sobre él, desembarca, empieza a caminar siembre hacia delante y, después de completar una vuelta de 25 km, se encuentra de nuevo con su nave por el lado opuesto. Sostiene un martillo y una pluma de halcón a una altura de 1,40 m, los suelta y observa que caen juntos a la superficie al cabo de 29,2 s. Determina la masa del planeta.

Dato: G= 6,67·10^{-11} N·m^2· kg^{-2}

Solución

1

$$g = \frac{G \cdot M}{R^2} \Rightarrow M = \frac{g \cdot R^2}{G}$$

$$L = 2\pi R = 25 \cdot 10^3 \text{ m} \Rightarrow R = 3{,}98 \text{ Km}$$

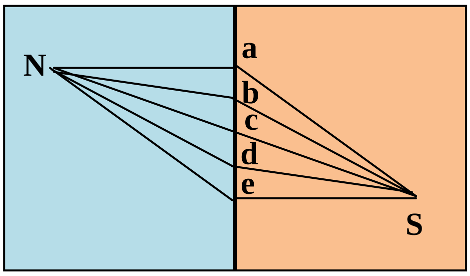
$$d = \frac{1}{2} g \cdot t^2 \qquad g = \frac{2 \cdot d}{t^2} = \frac{2 \cdot 1{,}40}{29{,}2^2} = 3{,}28 \times 10^{-3} \text{ m/s}^2$$

$$\boxed{M = \frac{3{,}28 \times 10^{-3} \times (3{,}98 \times 10^3)^2}{6{,}67 \times 10^{-11}} = 7{,}79 \times 10^{14} \text{ kg}}$$

Nombre y apellidos: Centro:

Problema 5 (1,5 puntos)

Una nadadora situada en el punto **N** de la figura, sufre un calambre mientras se encuentra nadando y pide socorro. Una socorrista situada en el punto **S** oye esta llamada. La socorrista puede correr a 9 m/s y nadar a 3 m/s. Ha estudiado Física y se da cuenta de que el hecho de que la luz para ir de un punto a otro vaya por la trayectoria por la que invierte el mínimo tiempo la puede ayudar, así que sabe elegir entre las trayectorias dibujadas por cuál va a llegar antes a la nadadora. ¿Cuál de las trayectorias elegirá? Justifica tu respuesta.



Solución

La luz cuando pasa de un medio de menor índice (mayor velocidad) a otro de mayor índice (menor velocidad) se refracta acercándose a la normal. Por eso la trayectoria que seguiría es la b) ya que el socorrista corre por la arena más deprisa que nada en el agua.