

Estudio comparativo de ordenación de comunidades ecológicas basado en técnicas factoriales

**M.P. Galindo Villardón,
I. Barrera Mellado,
M.^a J. Fernández Gómez, A. Martín¹**

RESUMEN

En este trabajo se pretende poner de manifiesto la importancia que tiene la elección de la técnica estadística más adecuada en el estudio de comunidades ecológicas.

Se hace un análisis comparativo de las técnicas tradicionalmente utilizadas, para este tipo de estudios, así como las de más reciente aparición, confrontando los resultados obtenidos en las distintas técnicas ante una situación real y conocida a priori.

Palabras clave: Biplot, Análisis Factorial de Correspondencias, Comunidades Ecológicas.

SUMMARY

In this work we attempt to analyse how important it is to choose the best statistical technique to study ecological communities.

A comparative analysis of the most usually employed techniques for this type of studies was made, as well as the most recent «biplot methods».

We compare the results obtained for different techniques applied to a set of data with characteristics which are well known.

Key words: Biplots methods, Correspondence Analysis, Ecological Communities.

INTRODUCCIÓN

Las técnicas multivariantes de ordenación han cobrado auge en las últimas décadas en multitud de campos de las ciencias aplicadas, pero quizás sea la Ecología una de las que más se ha beneficiado de su utilización, baste para ello analizar los contenidos de las publicaciones de revistas especializadas en este campo.

La explicación habría que buscarla en el hecho de que una de las principales inquietudes de los ecólogos, al abordar el estudio de las comunidades, es el de obtener la orde-

nación o configuración de las mismas atendiendo a alguna característica que les sea propia, y, si ésto fuera posible conocer qué especie o combinación de especies son responsables de dicha configuración.

Son varias las técnicas multivariantes que pueden emplearse para abordar este objetivo, cada una de ellas presenta sus ventajas y sus inconvenientes.

En este trabajo se pretende poner de manifiesto la importancia de la elección de la técnica más adecuada para conseguir los mejores resultados en estudios de comunidades ecológicas. El análisis comparativo se llevará a cabo comparando los resultados obtenidos con distintas técnicas ante una situación real y conocida a priori.

Para el estudio se parte de los datos publicados por LUIS en 1976 en el que se consideran 20 comunidades de pastizal bien diferenciadas incluso en una primera impresión de campo: Pastizales de efímeras (6, 17), Bellaqueares pobres (7, 9, 14, 15), Vallicares normales (2, 4, 19, 20, 18), Vallicares húmedos (5, 16), Vallicares de siega (3, 10, 13), Majadales (1, 8) y Prados semiagostantes (11, 12).

Las características detalladas de estos grupos pueden leerse en LUIS, 1976. Resaltar sin embargo que el orden de enumeración coincide, a grandes rasgos, con el grado de riqueza de dichas comunidades (gradiente trófico). Así los pastizales de efímeras son comunidades que se asientan en el extremo inferior del gradiente, sobre suelos pobres, arenosos, poco profundos y de muy limitada disponibilidad de humedad edáfica, en tanto que los Prados semiagostantes se asientan sobre suelos fértiles, profundos, arcillosos, ricos en calcio y materia orgánica y con gran disponibilidad de agua. Serán por tanto las comunidades del extremo superior del gradiente trófico, ocupando las restantes posiciones intermedias y características secuenciales en el grado de riqueza.

El muestreo de vegetación en las 20 comunidades traducido en datos de cobertura para cada una de las especies en cada comunidad proporcionó la tabla de datos utilizada como input para los análisis multivariantes: una matriz $X_{20 \times 86}$, 20 columnas (comunidades) y 86 filas (especies), la cual es un extracto de la utilizada en el trabajo original de LUIS.

Se pretende saber si es posible una ordenación de las comunidades, según su gradiente trófico, teniendo en cuenta los datos de cobertura de las especies y en caso afirmativo conocer la combinación de especies que caracterizan las distintas comunidades.

METODOLOGÍA ESTADÍSTICA

Se ha utilizado, para el estudio comparativo, la familia de técnicas Factoriales, que descomponen la variabilidad global según direcciones principales de inercia y presentan sus resultados en forma de gráficos cartesianos.

¹ Dpto. de Estadística y Matemática Aplicadas. Universidad de Salamanca.

A.- Componentes Principales

El Análisis de Componentes Principales (ACP), como es bien sabido por los Ecólogos, proporciona una ordenación de las unidades en un pequeño número de dimensiones las cuales enfatizan los mejores pattern de variación. La representación geométrica del conjunto de OTUs pondrá de manifiesto las analogías y las diferencias entre ellas, siendo posible interpretar la proximidad en términos de similitud con respecto a las variables en estudio.

Las representaciones en las cuales variables y poblaciones aparecen conjuntamente son particularmente interesantes ya que tan importante como conocer la configuración de las poblaciones es conocer que variables son las responsables de esa configuración.

B.-Técnicas de representación simultánea

B.1.-Análisis Factorial de Correspondencias

En la bibliografía actual, sobre todo en lo que se refiere a trabajos de Ecología, se encuentra casi como única técnica de representación simultánea el Análisis Factorial de Correspondencias (AFC) (BENZECRI 1976), técnica que permite representar las filas y las columnas de una tabla de contingencia como puntos en un espacio vectorial de baja dimensión separados por la distancia ji-cuadrado. Este análisis fue pensado para tablas de contingencia, pero puede ser aplicado a cualquier matriz de datos no negativos en la que tenga sentido trabajar sobre perfiles.

El hecho de que las filas y las columnas jueguen un papel simétrico le confiere unas características muy particulares: es posible interpretar las posiciones de las filas (variables) en términos de covariación, de las columnas (poblaciones) en términos de similitud, y además las posiciones relativas de las filas y las columnas. Un punto población próximo a un grupo de variables indica que esas variables han tomado valores preponderantes para esa población. Estas interesantes características justifican su gran utilización.

La importancia relativa de cada eje se mide por el porcentaje de inercia representado por el valor propio relativo a ese eje en la forma que tradicionalmente se hace en el ACP.

No sólo es importante conocer la importancia de una variable, o de una población en las variaciones explicadas por un eje, sino también la parte de la dispersión de una variable (o de una fila) explicada por un factor; es decir, debemos conocer, además, las contribuciones, absolutas y relativas, del factor i -ésimo al elemento i o j -ésimo. La contribución relativa del primer factor está relacionada con el ángulo que forma con el primer eje la recta que une el origen con el elemento en cuestión.

Cada punto unido con el centro de gravedad, forma un ángulo con su proyección, en el espacio de los a primeros

ejes, cuyo coseno al cuadrado coincide con la calidad de representación (CLR) del elemento i -ésimo en el plano — espacio— factorial en el que estamos proyectando.

Una calidad de representación baja, indica que la proyección de ese punto sobre el subespacio de baja dimensión no está bien representado, por tanto, sus posiciones pueden ser sólo aparentes y sería peligroso interpretar, sin más, sus posiciones relativas.

Es importante resaltar que una tasa de inercia elevada, en un plano o en el espacio, no implica alta calidad de representación para todos los puntos representados, sino simplemente que un alto porcentaje de ellos vienen bien representados. Puede ocurrir que los mal representados sean los mas interesantes en un estudio particular.

En general, los elementos próximos al origen, están mal representados (BERTIER Y BOUROUCHE, 1975).

B.2.- Métodos BIPLOT

Otra alternativa, mucho menos conocida, son los métodos BIPLOT propuestos por GABRIEL. Un Biplot es una representación gráfica de una matriz X ($n \times p$) por medio de unos marcadores g_1, \dots, g_n para sus filas y h_1, \dots, h_p para sus columnas, elegidas de forma que el producto interno $g_i^T h_j$ represente el elemento x_{ij} de la matriz X (GABRIEL, 1971).

La estructura de la matriz X puede visualizarse representando los marcadores en un espacio euclídeo, usualmente de dos o tres dimensiones.

Pueden representarse también en el Biplot combinaciones lineales de filas y columnas.

GABRIEL utiliza el término BIPLOT debido a que proporcionan representaciones conjuntas de las filas y las columnas de una matriz de datos. Sin embargo dichos métodos no son representaciones simultáneas en sentido estricto ya que no consiguen la misma calidad de representación para las filas que para las columnas, si bien, tienen la propiedad importante de que los productos escalares de los marcadores para filas y columnas reproducen los elementos de la matriz de partida.

Más interesante es encontrar la forma de representar las filas y las columnas de una matriz cualquiera, y que la calidad de representación sea la misma en ambos casos.

Los autores que hasta ahora han utilizado los BIPLOTS de GABRIEL utilizan dos sistemas de referencia conjuntamente, a fin de conseguir la impresión de una representación simultánea; es decir, sitúan las nubes de puntos dentro de un cuadrado, una de ellas referida a una escala que consideran sobre los lados del cuadrado y la otra nube referida a otra escala que toman sobre los otros lados del cuadrado.

Es evidente que interpretar relaciones entre los puntos de una nube es válido. Guardaremos reservas, desde

luego, en cuanto a considerar las relaciones entre las dos nubes.

Las aplicaciones más interesantes de los métodos Biplot están en el campo de la meteorología (TSIANCO & GABRIEL, 1981;1984) y en el campo de la medicina (STRAUSS & GABRIEL, 1979 y GABRIEL& ODO-ROFF, 1990), sin embargo no se conocen aplicaciones a la ecología.

Contribuciones teóricas se suceden en la literatura. cabe destacar los trabajos de GOWER (GOWER, 1988, 1990, 1992)

B.3.-HJ-Biplot

GALINDO (1986) introduce un nuevo método que denomina HJ-Biplot que mejora las deficiencias de los métodos que propone Gabriel, el cual está desarrollado en GALINDO y CUADRAS (1986).

Por tratarse de un método mucho menos conocido y cuyo uso no está extendido aun entre los ecólogos, consideramos de interés hacer una descripción más detallada.

El *HJ-BIPLOT* es una representación gráfica multivariante de las líneas de una matriz $X_{n \times p}$ mediante marcadores j_1, \dots, j_n para sus filas y h_1, \dots, h_p para sus columnas, elegidos de forma que ambos marcadores puedan ser superpuestos en un mismo sistema de referencia con máxima calidad de representación, proporcionando la mejor representación simultánea.

Dada la descomposición en valores singulares de la matriz X

$$X = U D V^T$$

con $U^T U = I$ y $V^T V = I$

Si se toma $G = U D$ como marcadores para las filas de la matriz X , y $H = V D$ como marcadores para las columnas, esta elección de marcadores proporciona una representación HJ-Biplot.

En efecto:

a.- Ambos marcadores se pueden representar en el mismo sistema de referencia.

Teniendo en cuenta que V son los vectores propios de $X^T X$ y que U está formada por los vectores propios de XX^T y las relaciones que ligan a U y a V podemos escribir:

$$U = X V D^{-1}$$

$$V = X^T U D^{-1}$$

podemos escribir

$$U D = X V D^{-1} D = X V$$

$$D V = D D^{-1} X^T U = X^T U$$

si a $X^T U$ la llamamos B y a $X V$ la llamamos A , se verifica

$$X^T U = X^T X V D^{-1}$$

$$X V = X X^T U D^{-1}$$

es decir

$$B = X^T A D^{-1}$$

$$A = X B D^{-1}$$

Resulta, pues, que la h -ésima coordenada de la columna j -ésima se puede expresar en función de las coordenadas de las n filas mediante la expresión:

$$b_{jh} = (1 / \alpha_h) \{x_{1j} a_{1h} + \dots + x_{nj} a_{nh}\} \text{ siendo } \alpha_h \text{ los valores singulares}$$

Además, la h -ésima coordenada de la fila i -ésima se expresa como función de las h -ésimas coordenadas de las p columnas según la relación:

$$a_{ih} = (1 / \alpha_h) \{x_{i1} b_{1h} + \dots + x_{ip} b_{ph}\}$$

Es decir, cada coordenada de la variable j -ésima es una media de las coordenadas de los individuos, donde cada una de esas coordenadas está ponderada por el valor que toma dicha variable sobre los individuos; análogamente, cada individuo ocupa el punto de equilibrio del conjunto de las variables.

Dicho de otra forma, cada punto correspondiente a un individuo está situado en el baricentro de todos los puntos correspondientes a cada una de las variables, utilizando como masa el valor que toma dicho individuo en cada una de ellas. De esta forma, cuando un individuo toma un valor alto para una variable concreta, el punto que representa a ese individuo estará más cercano al punto que representa a esa variable, que al resto de los puntos.

Las dispersiones de la nube de puntos de las filas de X se pueden aproximar mediante

$$X X^T = U D^2 U^T$$

y las de las columnas mediante

$$X^T X = V D^2 V^T$$

es evidente que ambas aproximaciones están referidas a los valores propios contenidos en D^2 .

Las proyecciones de las dos nubes de puntos, sobre sus respectivos espacios principales, presentan las mismas dispersiones, hecho que se deduce de que los valores propios no nulos de $X^T X$ y $X X^T$ son idénticos.

Hemos demostrado que tanto los puntos de la nube de las filas como los puntos de la nube de las columnas presentan la misma dispersión y que pueden relacionarse mediante combinaciones lineales (simétricas), estas dos

razones justifican el que *ambas nubes puedan ser representadas en el mismo sistema de referencia*. (GREENACRE, 1984; GALINDO, 1986).

b.- *La calidad de representación es idéntica para las filas y las columnas de la matriz de datos.*

Teniendo en cuenta las descomposiciones

$$\begin{aligned} XX^T &= U D^2 U^T \\ X'X &= V D^2 V^T \end{aligned}$$

y eligiendo como marcadores

$$\begin{aligned} X X' &= (U D) (D U^T) \\ X'X &= (V D) (D V^T) \end{aligned}$$

podemos representar las filas y las columnas de las matrices $X X^T$ y $X'X$ de forma análoga a como lo hemos hecho para la matriz X . Además los marcadores en ambos casos son idénticos y coinciden con los marcadores de las filas y las columnas de la representación HJ-BIPLot de X .

Es evidente que la bondad de ajuste de los marcadores es en ambos casos del orden

$$\{(\sum_{k=1}^S \alpha^4 k) / (\sum_{k=1}^T \alpha^4 k)\} \times 100$$

Por tanto las filas y las columnas de la matriz X pueden ser representadas mediante un HJ-Biplot con la misma calidad de representación, siendo ésta de un orden muy superior al usual.

En el HJ-Biplot no tiene sentido hablar de bondad de ajuste para los elementos de la matriz original ya que no se trata de una aproximación a bajo rango, propiamente dicha, que reproduzca los elementos de la matriz de partida.

El método HJ-BIPLot (GALINDO 1986) permite representar variables e individuos sobre un mismo sistema de referencia proporcionando las mejores representaciones Beta-baricéntricas en el sentido de LEBART (LEBART, 1985), consiguiendo la misma calidad de representación para las filas y las columnas de la matriz de datos y siendo ésta de un orden muy superior al conseguido con cualquiera de las otras técnicas de representación simultánea. Por tratarse de una propiedad teórica menos importante en la interpretación de resultados se remite al lector al trabajo de GALINDO y CUADRAS, 1986

El método HJ-BIPLot puede ser aplicado a cualquier matriz de datos positivos por lo cual es de aplicación mucho más general que el AFC.

En cuanto si es más adecuado hacer una representación HJ o un Análisis Factorial de Correspondencias, la respuesta estará en función de la naturaleza de los datos, que nos hará decidir si es más adecuado darle a todos la

misma ponderación, o si es preferible asignarle a cada línea un peso diferente.

El método HJ-biplot ha sido aplicado con éxito a numerosos campos GALANTE et al, 1991; GALINDO et al, 1986.

Una importante contribución teórica, el Hj-Biplot generalizado, puede ser consultada en VICENTE-VILLARDON, 1992, así como la relación de este método con las técnicas clásicas de representación de datos.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Tomando la matriz de coberturas de especies como input para conseguir la ordenación de las comunidades obtuvimos los siguientes resultados:

Con el *análisis de componentes principales*, sobre la matriz de correlaciones, la absorción de varianza para la primera componente principal es del 15%, la segunda absorbe un 12% y la tasa de inercia en el espacio sobrepasa el 36%.

A pesar de la baja absorción de varianza, el gráfico factorial para el plano de máxima inercia (ver gráfica 1) presenta una ordenación compatible con el gradiente trófico estimado a priori: Pastizales de efímeras, Vallicares pobres, Vallicares normales y húmedos, Majadales, Vallicares de siega y Prados semiagostantes. Por tanto los datos de cobertura contienen suficiente información como para poder clasificar las comunidades según su gradiente trófico.

No obstante, conviene señalar que la posición de los puntos que se encuentran en torno al origen puede ser aparente.

Analicemos los resultados que proporcionaría, en el ejemplo antes citado, un *Análisis Factorial de Correspondencias*.

El tanto por ciento de inercia absorbido en el primer plano principal es del 30%, superándose en el espacio el 41%. Estos valores son ligeramente superiores a los obtenidos con el ACP (36% en el espacio).

La prueba de significación para los ejes utilizando el método de Willians nos permite asegurar que los dos primeros ejes son significativos ($p<0.05$).

La proyección en el plano factorial I-II aparece en la figura 2

En ella podemos ver como el eje I separa las comunidades 11 y 12 (correspondientes a prados semiagostantes) de todas las demás que se concentran en la parte izquierda del gráfico. La comunidad 11 es la que ocupa posición más extrema.

Parece, por tanto, que la distancia ji-cuadrado no ha sido buena, en este caso, para diferenciar las comunidades que ya habían sido ordenadas con la distancia euclídea ordinaria. Sin embargo, el análisis puede resultar útil para

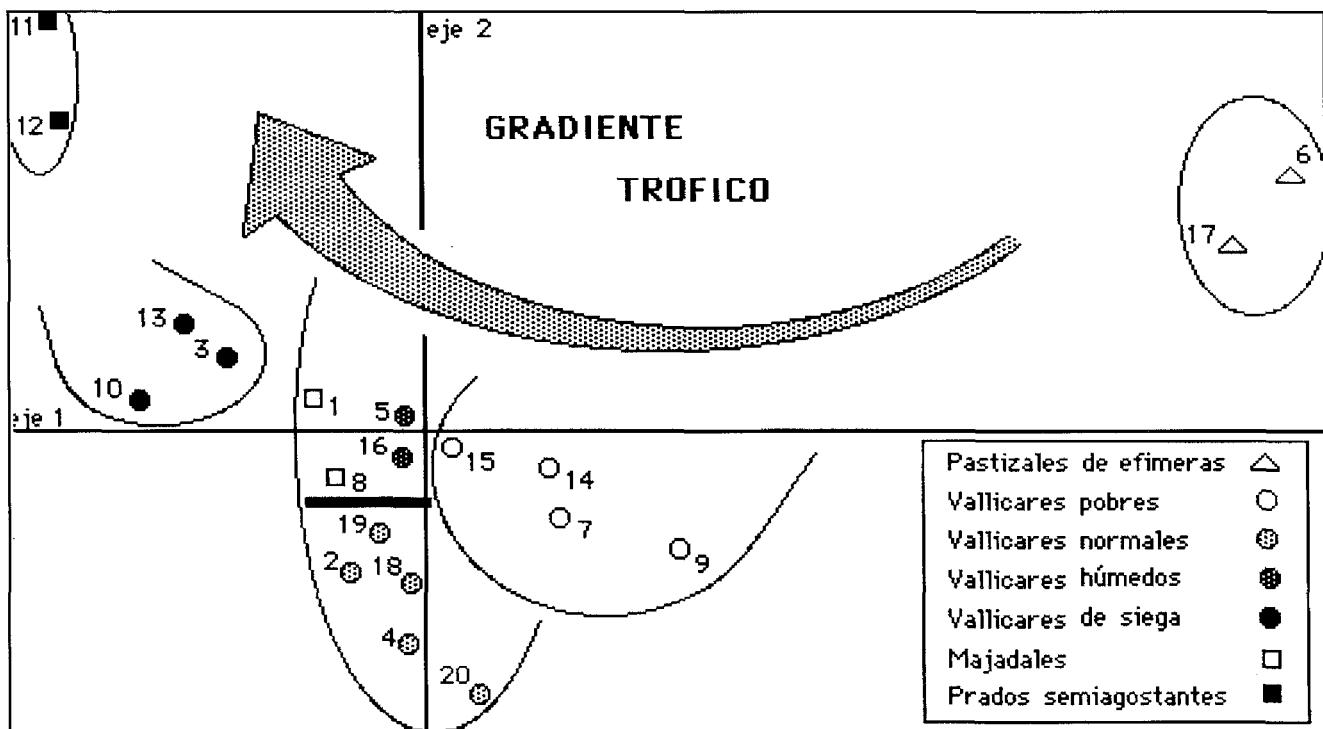


Figura 1: Representación del plano I-II con la Técnica de Componentes principales.

conseguir conocer las especies más importantes en la diferenciación de la comunidades 12, 11, representantes de prados semiagostantes, de las demás.

Parece extraño que un Análisis tan ampliamente utilizado como el análisis de Correspondencias no haya proporcionado una ordenación interesante; analicemos el porqué.

El poder discriminante de cada especie no está en función de la verdadera abundancia sino, por razones de la transformación implícita en un AFC, sobre el valor relativo de su abundancia con respecto a la suma de abundancias encontradas en todas las comunidades. Cada comunidad no viene ordenada según los valores de abundancia de sus especies, sino también en función de los valores relativos. La abundancia ya se calcula en términos relativos y la redundancia que produce la transformación implícita al análisis incluye un «ruido» que enmascara los verdaderos resultados.

Los resultados más relevantes obtenidos con el HJ-Biplot son los siguientes:

El primer eje principal absorbe el 14.65% de la inercia, la tasa en el plano es 26 % y en el espacio 36%.

La calidad de representación tanto para especies como para comunidades es del 50%.

La representación HJ-Biplot en el plano de máxima inercia es la que aparece en la figura 3, en la cual podemos

apreciar un ordenación de las comunidades perfectamente acorde con la establecida a priori. Sobre el eje I toman posiciones extremas los grupos más diferenciados: A la derecha 6 y 17 es decir, pastizales de efímeras, y a la izquierda, mucho más próximas que en el ACP, los prados semiagostantes (11 y 12). Las demás ocupan posiciones intermedias, quedando la ordenación con respecto a este eje como puede apreciarse en la figura, trascibiendo la posición de los puntos proyectados sobre ese eje así: Prados semiagostantes, Vallicares de siega, Majadales, Vallicares normales y Vallicares Húmedos, Vallicares pobres, y Pastizales de efímeras.

Las comunidades 6, 17, 11 y 12 son características de eje I, sin embargo la 2, 4, 18, 19 y 20 son características de eje II. Este último grupo, los vallicares normales, ocupan posición extrema sobre eje II con respecto a las comunidades más extremas del gradiente trófico.

Las especies con mayor contribución absoluta al eje I y por tanto con mayor importancia en la posición de este eje son: 69 (*Teesdalia coronopifolia*), 85 (*Tolpis barbata*), 67 (*Peribalbia laevis*), 46 (*Hypochaeris glabra*), 72 (*Anthemis mixta*), 74 (*Antyllis lotoides*), 28 (*Ornithopus compressus*), 22 (*Aphanes microcarpa*), todas ellas bien representadas con respecto a eje I.

Las especies para las cuales las contribuciones relativas del eje son máximas son, además de las anteriores, las

ANALISIS FACTORIAL DE CORRESPONDENCIAS

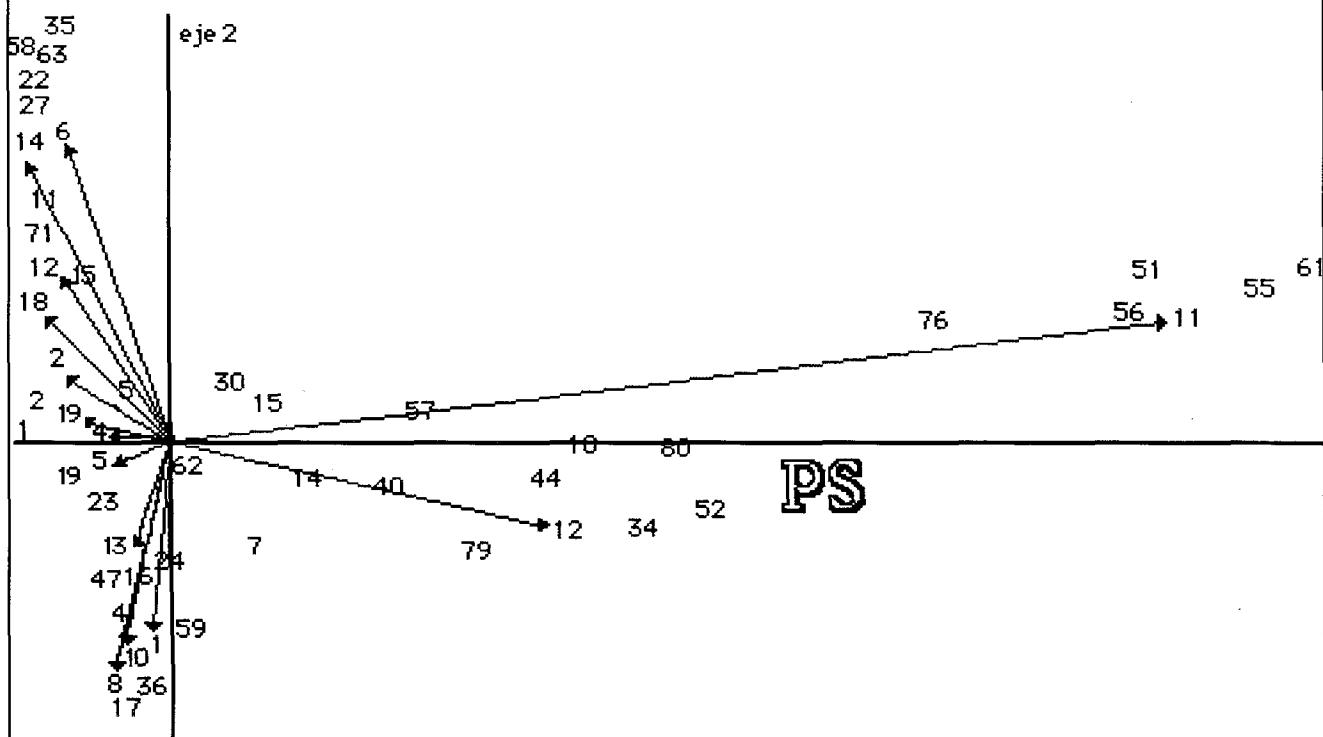


Figura 2: Representación del plano de máxima inercia obtenida con el Análisis Factorial de Correspondencias.

siguientes: 42 (*Erodium ciconium*), 60 (*Brasica barrelieri*), 68 (*Spergula arvensis*), 35 (*Trifolium arvense*), 63 (*Filago germanica*), 53 (*Holcus setiglomis*), 67 (*Periballia laevis*), 75 (*Vulpia ciliata*), 77 (*Rumex angiocarpus*), 21 (*Parentucellia latifolia*), 29 (*Ornithopus perpusillus*), 11 (*Trifolium glomeratum*), 7 (*Festuca rubra*).

Todas estas especies son las de mayor poder discriminante entre las comunidades más ricas y las más pobres.

Un razonamiento análogo, pero ahora considerando la información de eje II nos permite conocer las especies con mayor poder discriminante entre los vallicares normales y las comunidades a las que nos hemos referido antes —las más pobres y las más ricas—.

Las especies características de eje II son las siguientes:

1 (*Agrostis castellana*), 13 (*Arthoxanthum aristatum*), 33 (*Galium divaricatum*), 39 (*Euphorbia exigua*), 31 (*Anthemis arvensis*), 41 (*Centaurea ornata*), 55 (*Hordeum secalinum*), 51 (*Cerastium diffusum*), 56 (*Poa trivialis*), 61 (*Trifolium fragiferum*), 2 (*Trifolium striatum*), 10 (*Thrinacia hispida*), 18 (*Crepis capillaris*), 26 (*Linum bienne*), 32 (*Trifolium campestre*), 76 (*Parentucellia viscosa*), 78 (*Carlina racemosa*).

Las comunidades 10, 3, 13, es decir los vallicares de siega, son característicos de eje II. Las especies con mayor contribución a este eje son: 3 (*Moenchia erecta*), 9 (*Cerastium glomeratum*), 25 (*Eryngium campestre*), 47 (*Galium verum*), 59 (*Arrhenatherum elatius*), 65 (*Scleranthus annuus*), 4 (*Vulpia bromoides*), 6 (*Bromus mollis*), 8 (*Plantago lanceolata*), 16 (*Aira caryophyllea*), 24 (*Phleum nodosum*), 64 (*Myosotis discolorotis*), 82 (*Conopodium capillifolium*).

CONCLUSIONES

1.-Tradicionalmente, en los Análisis Multivariantes, resultado de la aplicación de Técnicas Factoriales, se utiliza la absorción de inercia como garantía de la fiabilidad de los resultados; sin embargo, en este análisis la máxima absorción de inercia se consigue para el A.F.C. y es precisamente este método el único que no proporciona resultados compatibles con el gradiente trófico conocido a priori.

2.- El A.F.C., tradicionalmente usado por los ecólogos, como técnica de ordenación de comunidades, no es la más adecuada cuando los datos vienen expresados en forma de porcentajes: cobertura, abundancia etc.

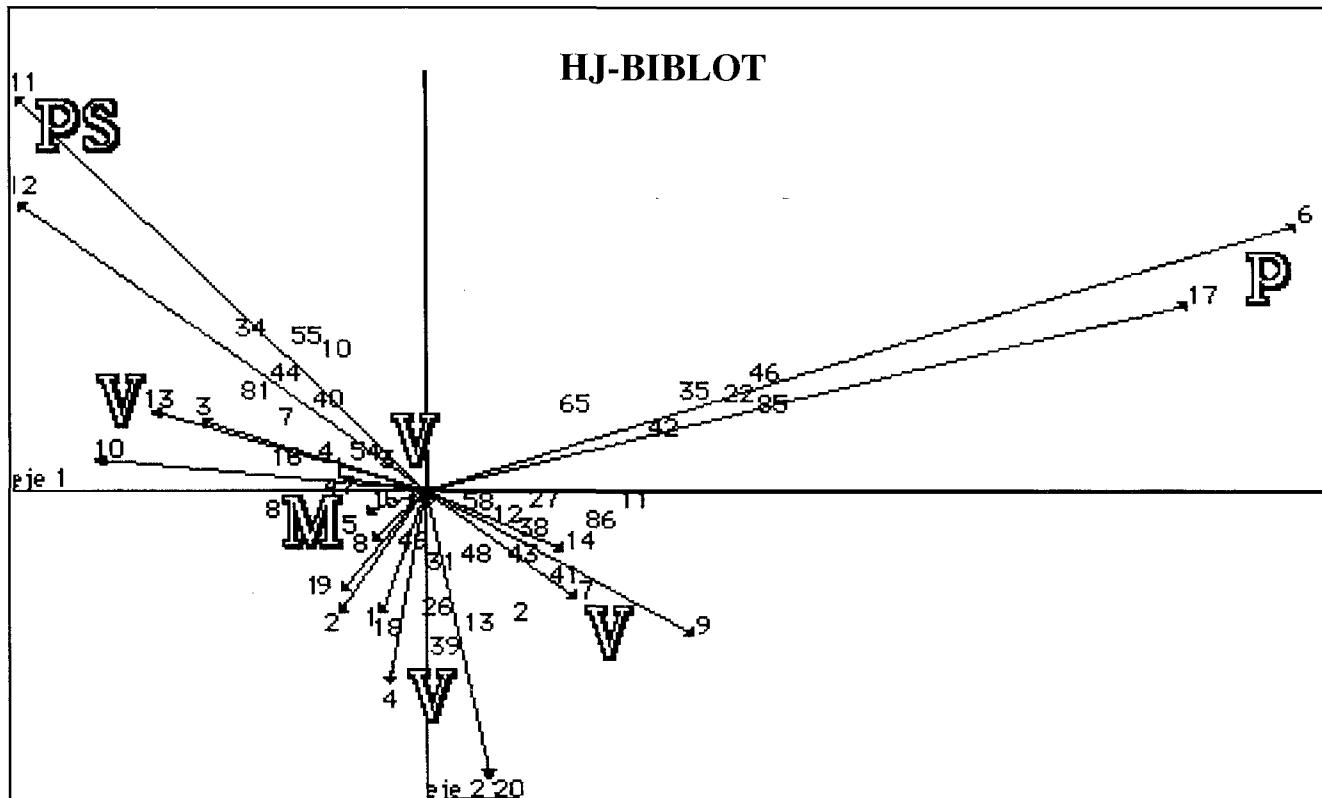


Figura 3: Representación Hj-Biblot para el Plano I-II.

3.- a) El análisis HJ-Biplot es una técnica alternativa al AFC mucho más adecuada para el caso en que el poder discriminante entre comunidades esté en función de la cobertura o la abundancia de especies.

b) La ventaja del HJ-Biplot en relación al Análisis de Componentes Principales es que permite conocer que combinaciones de especies es la responsable de la clasificación de las comunidades.

AGRADECIMIENTOS

Nuestro especial agradecimiento al Doctor D. Estanislao Luis Calabuig

BIBLIOGRAFÍA

- BENZECRI, J.P., (1976). *'L'Analyse des Données. Tomo II. L'Analyse des Correspondances*. Dunod, Paris. 4^e Ed.
- BERTIER, P. Y BOURUCHE, J.M., (1975). *Analyse des Données Multidimensionnelles*. Press. Univ. de France. Paris.
- GABRIEL, K.R., (1971). The Biplot graphic display of matrices with applications to principal component analysis'. *Biometrika*, 58: 453-467.
- GABRIEL, K.R. & ODOROFF, Ch. L., (1990). Biplot in Biomedical research. *Statistics in Medicine*. 9: 469- 457.
- GALANTE, E. GARCÍA-ROMÁN, M. BARRERA, I. & GALINDO, P., (1991). Comparison of Spatial patterns of dung-feeding Scarabs in wooden and open pastureland in the Mediterranean dehesa area of Iberian Peninsula. *Environ. Entomol.* 20(1): 90-97.
- GALINDO,M.P., (1985). Contribuciones a la representación simultánea de datos multidimensional. Ser. Bibl. Resum. Tesis Doct. T.D.
- 395/1985. Pgs. 1-38.
- GALINDO, P. Y CUADRAS, C., (1986). Una extensión del método Biplot y su relación con otras técnicas. *Publ. Bioest. Mat.* 17: 1-91.
- GALINDO, M. P. (1986). Una alternativa de representación simultánea *QUESTIO*, vol.10 (1): 13-23.
- GALINDO, M. P.; GÓMEZ, J.M. y VICENTE-VILLARDÓN, J.L., (1986). Práctica del análisis de correspondencias. (Aplicación a un problema Biológico). *Cuadernos de Bioestadística y sus aplicaciones informáticas*. Vol. 4, n.^o 1.
- GOWER, J. C. & HARDING, S.A., (1988). Non Linear biplots *Biometrika* 75: 445-455.
- GOWER, J. C., (1990). The dimensional biplots *Biometrika* 77: 773-785.
- GOWER, J. C., (1992). Generalized biplots *Biometrika* 79, 475-493
- GREENACRE, M. J., (1984). *Theory and Applications of Correspondence Analysis*. Academic. press. London.
- LEBART, L.; MORINEAU, A. & FENELON, J.P., (1985). *Tratamiento Estadístico de Datos*. Marcombo. 1^a ed. 1983.
- LUIS, E., (1976). *Ecosistemas de Pastizal: Estudio de la Vegetación Mediante Técnicas de Análisis Factorial. Crecimiento primario*. Tesis Doctoral Univ. Salamanca.
- STRAUSS, J.S.; GABRIEL, K.R., (1979). Do psychiatric patients fit their diagnosis, pattern of symptomatology and described with the biplot. *Journal of nervous and mental disease*. 167:105-113.
- TSIANCO, M.C.; GABRIEL, K.R., (1981). Modeling temperature data: an illustration of the use of Biplots and Bimodel in non-linear modeling. *University of Rochester Statist. Tech. Rep.* 81/15.
- TSIANCO, M.C.; GABRIELb, K.R., (1984). Modeling temperature data: an illustration of the use of Biplots a in non-linear modeling. *Journal of Climate and Applied Meteorology*. 23: 787-799.
- VICENTE-VILLARDÓN, J.L., (1992). *Una Alternativa a las Técnicas Factoriales Clásicas Basada en una Generalización de los Métodos Biplot*. Tesis Doctoral. Universidad de Salamanca.