LII Olimpiada Matemática Española

Primera Fase

Segunda sesión

Viernes tarde, 15 de enero de 2016

4. Sean AB el diámetro de una circunferencia, O el punto medio de uno de los arcos que van de A a B, y C un punto cualquiera del arco OB. Sea D el punto de intersección de la recta OC con la recta AB; y sea finalmente E el punto en el que la perpendicular a la recta AB por el punto D corta a la recta AC. Demostrar que los segmentos BD y DE tienen la misma longitud.

5. Las tres raíces del polinomio $x^3 - 14x^2 + Bx - 84$ son las longitudes de los lados de un triángulo rectángulo. Hallar B.

6. En la primera fila de un tablero 5×5 se colocan 5 fichas que tienen una cara blanca y otra negra, mostrando todas la cara blanca. Cada ficha se puede mover de una casilla a cualquiera de las contiguas (horizontal o verticalmente) dándole la vuelta en cada movimiento. Además, varias fichas pueden ocupar una misma casilla. ¿Se puede conseguir mediante una secuencia de movimientos que las 5 fichas queden en la última fila, en casillas distintas y que todas ellas muestren la cara negra?

No está permitido el uso de calculadoras.
El tiempo de cada sesión es de 3 horas y media.

LII Olimpiada Matemática Española

Primera Fase

Primera sesión

Viernes mañana, 15 de enero de 2016

1. Considera una circunferencia cualquiera y una recta r que la corta determinando una cuerda AB que no es un diámetro. Las tangentes en A y en B se cortan en un punto P, que se llama *polo* de la recta r; a su vez la recta r se llama *polar* del punto P. Si se fija la circunferencia $x^2 + y^2 = 25$, se pide:

a) Determinar el polo de la recta $x - y + 1 = 0$.

b) Determinar la polar del punto $(7, 0)$.

2. Con baldosas cuadradas de lado k decímetros (k es un número entero) se ha enlosado una habitación de superficie igual a 18144 decímetros cuadrados de la siguiente manera: el primer día se puso una baldosa, el segundo dos baldosas, el tercero tres, etc., hasta que el n-ésimo y último día se colocaron n baldosas completando la obra. ¿Cuántas baldosas fueron necesarias?

3. *a*) Dadas cuatro cifras diferentes a, b, c, d, determina cuántas variaciones ordinarias hay de estas cuatro cifras tomadas de dos en dos y cuánto vale la suma de los números así formados.

b) Halla un número de cuatro cifras diferentes que sea igual a la suma de los números de dos cifras que se pueden obtener formando todas las variaciones ordinarias de dichas cuatro cifras tomadas de dos en dos.

No está permitido el uso de calculadoras.
El tiempo de cada sesión es de 3 horas y media.