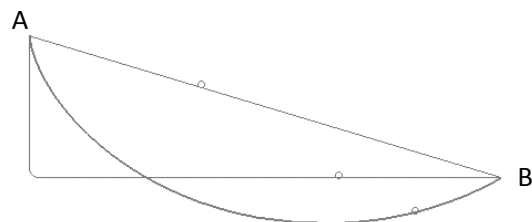




Problema 3

Como es bien sabido, la trayectoria más rápida de descenso de un objeto entre dos puntos bajo la acción de la gravedad recibe el nombre de **braquistócrona**. Se trata de un problema muy interesante cuyo estudio fue realizado por eminentes matemáticos a finales del siglo XVII como Johann y Jacobo Bernoulli, aunque hubo otros muchos como Leibniz, L'Hôpital o Newton ocupados en este tema.

En la gráfica de la derecha vemos tres posibles trayectorias diferentes para bajar desde el punto A hasta el punto B. Una formada por una simple rampa, otra por dos

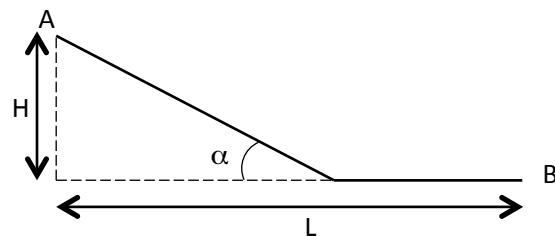


tramos rectos (con una esquina en forma de curva suave) y otra con una forma curva más compleja. Esta última trayectoria es la braquistócrona, la que resulta más rápida para descender desde el punto A hasta el B bajo la acción de la gravedad, pasando incluso por una región que está más abajo que el punto de destino como se observa en la figura. La solución del problema es bastante compleja y aquí vamos a plantear un caso mucho más



sencillo, con una trayectoria formada simplemente por dos tramos rectilíneos.

Veamos la gráfica de la derecha. Se trata de descender desde el punto A, situado a una altura H , hasta el punto B, a una distancia L de la



vertical del punto de partida, utilizando solo dos tramos rectos. El primero es una rampa de pendiente α y el segundo un recorrido completamente horizontal. De esta forma, durante la bajada desde A el objeto gana velocidad por acción de la gravedad para llegar lo más pronto posible al final del recorrido, al punto B.

Pues bien, se desea saber cuál es el ángulo óptimo de la rampa para alcanzar el destino en el menor tiempo posible y mostrar que existe un valor mínimo de L para que la solución tenga efectivamente un tramo horizontal.

En todos los cálculos despreciaremos el rozamiento.