Descubriendo el Movimiento Armónico Simple a través del péndulo simple y el muelle

Contexto

Actividad dirigida a alumnos de 2º de Bachillerato, por lo tanto suponemos que han cursado con éxito las asignatura de 1º de Bachillerato de Matemáticas y de Física y Química, en la que han interiorizado el MCU, el concepto de proyección, así como técnicas básicas de laboratorio y de análisis de datos entre las que sobresale por importancia la regresión lineal. Si los alumnos no tienen estos conceptos o destrezas asentados es requisito imprescindible revisarlos, de otra forma estaríamos destinando esta actividad al fracaso.

Objetivos

El principal objetivo de esta actividad es el entendimiento del MAS, a través del estudio del muelle y el péndulo. Esta labor de abstracción es realmente difícil y a menudo los alumnos no están acostumbrados, por lo que debemos proporcionarles las herramientas materiales y conceptuales adecuadas así como el tiempo necesario.

Por ello desde el principio se les proporcionarán unas preguntas difíciles de resolver, para que las vayan pensando durante las sesiones y vayan avanzando en sus respuestas. No se trata de que contesten bien de entrada, sino que con el paso de las sesiones y sus herramientas, que clasificamos en tres tipos: pequeñas explicaciones con montajes en las que se intenta relacionar conceptos fundamentales y proporcionarles imágenes para poder construir su propio pensamiento, montajes experimentales en los que ellos serán los protagonistas y puedan realmente construir, ver y medir sus experimentos, así como los desarrollos teóricos encontrados en los libros de texto donde encontrarán la descripción física del muelle o del péndulo (esta última herramienta se ha incluido porque se considera importante que se enfrenten a un texto o un concepto primero ellos solos).

El objetivo, por tanto, es que sean capaces, como buenamente puedan, de llegar a construir una imagen propia de lo que es el MAS a través de estos dos sistemas mencionados, para poder responder a las preguntas elaboradas.

Finalmente se realizará una sesión integradora, donde puedan contrastar esa imagen propia con la que les mostramos nosotros, de forma que en ese momento sí tengan las herramientas conceptuales para entender al menos de forma conceptual el MAS, cosa que de entrada a mi parecer es totalmente imposible.

Herramientas Docentes

Estas sesiones están pensadas para realizarse en el Laboratorio.

- Pizarra (Para las breves explicaciones teóricas introductorias)
- Montaje 1: Plataforma con superficie esférica deslizante y bola.
- Cronómetro
- Regla
- Montaje Péndulo: Soporte, cuerda, portamasas, masas.
- Dispositivo que realice MCU.
- Foco para proyectar MCU.
- Montaje Muelle: Soporte, muelle, masa.
- Montaje Combinado: Péndulo + muelle horizontal.
- Para cada par de alumnos debemos de proporcionarles un montaje de muelle, un montaje de péndulo, cuerda, cronómetro, portamasas y masas.
- Libro de texto donde consultar la física básica del péndulo y el muelle.

Desarrollo de la Actividad Docente

SESIÓN 1

Activación de Conocimientos Previos (10min)

En este caso, los alumnos habrán estudiado previamente la caída libre, por lo que vamos a partir de aquí para explicarles el comportamiento del péndulo simple y remarcar su independencia respecto de la masa.

Empezaremos por plantear el problema de una caída libre, recordando a través de preguntas que dos cuerpos caen con la misma aceleración g si obviamos el aire.

Tras recordar brevemente los tipos de movimientos que han estudiado, pasamos a plantear qué movimiento llevaría a cabo una bola que se deja en una plataforma con una forma semicircular. Se trata de, a partir de los diagramas de fuerzas que ellos conocen,

que entiendan que están ante un nuevo tipo de movimiento, donde las fuerzas van variando y por lo tanto la aceleración no es uniforme. Y les parecerá ahora más intuitivo que el movimiento no depende de la masa. Se les mostrará el mismo movimiento con masas diferentes y para radios de plataforma diferentes.

Primer contacto con el Péndulo Simple (5min)

Pasaríamos entonces a mostrarles un péndulo simple en la clase, para que identifiquen que el movimiento es el mismo si obviamos el rozamiento (Pero en este caso la Tensión de la cuerda hace la función que antes realizaba la Normal, ambas, sin embargo, surgen como fuerzas de reacción al peso).

Solamente les recordamos el concepto de periodo y les mostramos sencillamente como medirlo con 10 oscilaciones para prevenir errores en la medición.

A trabajar (30min)

A partir de aquí agrupamos a los alumnos en parejas y a cada pareja le damos un Montaje de Péndulo, en el cuál pueden variar la longitud de la cuerda, la masa oscilante

Les entregamos entonces una ficha en la que se plantean una serie de preguntas a las que tienen que responder, pero además tienen que proporcionar las medidas experimentales en las que están basadas esas hipótesis.

A su vez les dejaremos utilizar el libro de texto, como fuente de consulta, siempre que el libro no conteste de forma directa la mayoría de las preguntas planteadas, si no habría que hacer unos pequeños manuales esquemáticos que resuman las propiedades del péndulo y del muelle. Donde se describan sus partes y la física de éstos sin demasiado detalle. No queremos que los alumnos puedan copiar de aquí las respuestas, si no que, en caso de no saber por dónde empezar, tengan un punto de partida o que puedan encontrar teorías matemáticas que se adapten a las ideas que han obtenido a partir de sus experimentos.

1	¿Existe alguna relación entre el Periodo	
	y la Masa?	
2	¿Existe alguna relación entre el Periodo y la Longitud de la cuerda?	
	y la Longitud de la cuerda?	
3	¿Existe alguna relación entre el Periodo	
	y el ángulo de apertura inicial?	

4	¿Es el movimiento de la masa del péndulo igual al de la Bola en una superficie de sección circular en el ejemplo anterior?	
5	Sabrías predecir el periodo para una m=3kg, l= 0.5m, θ_0 =30°.	
6	¿Cambiará este experimento si lo realizas en el Polo Norte?	
7	¿Cambiará este experimento si lo realizas en el espacio?	
8	¿Cómo interpretarías la frase: "el péndulo está siempre cayendo"?	

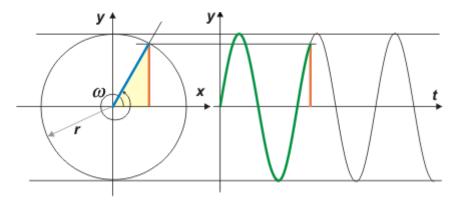
Obviamente estas preguntas, así a palo seco, son muy difíciles de contestar, y parece ser demasiado optimista que ellos cuenten con las herramientas experimentales para poder llegar a las respuestas correctas, por lo tanto vamos a darles un poco de ayuda.

SESIÓN 2

Activación de Conocimientos Previos: El MCU y la proyección (10min)

En este caso vamos a empezar por recordar el MCU, para ello llevaremos un dispositivo que lleve a cabo este movimiento, del que determinamos entre todos T y ω .

A continuación hacemos un breve repaso del concepto de proyección para lo que podemos ayudarnos de la pizarra.



Les preguntamos entonces que tipo de movimiento será la proyección de este MCU si lo proyectamos en una dirección perpendicular al eje. Para visualizarlo apagamos las luces y con un foco dirigido en esta dirección conseguimos ver el movimiento que realiza la sombra, explicamos que es un movimiento oscilatorio. Podemos entender por qué su movimiento viene descrito por $x(t) = sen(\omega \cdot t)$

¿Hemos visto este movimiento en algún sitio?

Primer contacto con el muelle (5min)

Al igual que en la sesión anterior, se les muestra el funcionamiento del muelle para que vean que se comporta igual que la proyección del MCU, en esta primera parte lo que se pretende es darles unas imágenes mentales con las que ellos puedan posteriormente digerir y asentar el conocimiento físico a través tanto de la experimentación, como de la descripción analítica encontrada en los libros de texto.

Les enseña cómo medir aumentando y disminuyendo la masa. Sería conveniente conseguir un sistema de muelles horizontal donde el rozamiento sea despreciable, pero si no siempre podemos utilizar el muelle colgado de forma vertical, explicando con mucho cuidado que el movimiento siempre es el mismo. Les enseñaríamos a modificar la masa, la altura a la que se coloca el muelle en el soporte y a contar el periodo.

A trabajar (30min)

A cada pareja se le da un montaje con un muelle del que pueden variar la masa, así como un cronómetro. Y unas hojas donde deben tomar las medidas. Podrían consultar una descripción analítica del Muelle, recogida en el libro de texto.

1	¿Existe alguna relación entre el Periodo y la Masa?	
2	¿Existe alguna relación entre el Periodo (T) y el desplazamiento del equilibrio (x)?	
3	¿Cómo están relacionados el movimiento de la masa del muelle y el MCU?	
4	Sabrías predecir el periodo para una m=3kg, x = 0.05m?	
5	¿Cambiará este experimento si lo realizas en el Polo Norte?	

SESIÓN 3

Conocimientos Previos (Muelle y Péndulo)

Empezamos la sesión con un montaje en el que en la parte de arriba tenemos un péndulo, y debajo de este un sistema con dos muelles en horizontal de forma que tanto la masa del péndulo como la del muelle oscilen en la misma dirección una encima de la otra.

Movimiento Armónico Simple

Ahora sí, cuando tienen un conocimiento intuitivo y aproximado tanto del péndulo como del muelle, podemos generalizar su movimiento para llamarlo MAS.

En el caso del muelle, hemos llegado a $x(t) = A \cdot Sen(\omega \cdot t)$ a partir de la proyección del MCU que verificamos experimentalmente de forma cualitativa. Ahora podríamos llegar a ella partiendo de la ley de Hooke: F = -k x. Que teniendo en cuenta $F = m \cdot a$, nos lleva directamente a la ecuación diferencial:

$$\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$$

Para la cual podemos comprobar que $x(t) = A \cdot sen(\omega \cdot t)$ es solución, para ello realizamos la primera y seguidamente la segunda derivada.

$$\dot{x} = \omega A \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

$$\ddot{x} = -\omega^2 \mathbf{A} \cdot \operatorname{sen}(\omega \cdot \mathbf{t})$$

Sustituyendo en $\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$ tenemos:

$$-\omega^2 \mathbf{A} \cdot \operatorname{sen}(\omega \cdot \mathbf{t}) + \frac{k}{m} \mathbf{A} \cdot \operatorname{sen}(\omega \cdot \mathbf{t}) = 0 \qquad \rightarrow \qquad \omega^2 = \frac{k}{m}$$

• En este momento es cuando, podemos introducir la importancia de las Condiciones Iniciales del movimiento, y cómo vienen expresadas en φ_0 .

$$x(t) = A \cdot Sen(\omega \cdot t + \varphi_0)$$

• Puede ser un buen momento, para recordar que el Seno y el Coseno son totalmente equivalentes si tenemos en cuenta un desfase de $\pi/2$, de forma que deben habituarse a expresar el MAS con tanto con uno como con el otro.

Ahora vamos a hacer la descripción cualitativa del péndulo, de forma más detallada que en el libro de texto, aportado en la sesión experimental, para ello empezamos dibujando el diagrama de fuerzas cuando tenemos la masa desplazada, del equilibrio.

Llegados a este punto vamos a explicar cómo el recorrido en el eje y es mucho más pequeño que en el eje x para ángulos relativamente pequeños.

Planteando las dos ecuaciones de la aceleración en x e y:

$$m \ddot{x} = -T_{\theta} \cdot sen\theta$$

$$m \ddot{y} = T_{\theta} \cdot cos\theta - mg$$

Para ángulos pequeños, podemos realizar dos aproximaciones:

i)
$$cos\theta \approx 1$$

ii) $\ddot{y} \approx 0$ $T_{\theta} = mg$

Que sustituyendo en la ecuación para x nos da el siguiente resultado:

$$\ddot{m}x = -mg \cdot sen\theta \rightarrow \ddot{x} = -g \cdot sen\theta \rightarrow \ddot{x} = -\frac{g}{l} \cdot x$$

La ecuación del movimiento del muelle es por tanto:

$$\ddot{x} + \frac{g}{l} \cdot x = 0$$

Esta ecuación es formalmente muy similar a la que hemos derivado para el muelle, por lo que podemos empezar a entender la profunda relación entre estos dos sistemas.

Muelle	Péndulo	
$\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$	$\ddot{x} + \frac{g}{l} \cdot x = 0$	

Como vemos el papel que juega $\frac{k}{m}$ en el muelle , ahora lo va a jugar $\frac{g}{l}$ en el péndulo, y que ambos pueden por tanto ser entendidos como ω^2 .

De forma que en el Montaje Combinado en el que se muestra el péndulo en la parte superior y el muelle horizontal en la inferior, ahora sabemos cómo tenemos que calibrar la longitud de la cuerda del péndulo y la masa del muelles, para que conociendo g y k , consigamos que oscilen con la misma ω .

$$\omega^2 = \frac{k}{m} = \frac{g}{l}$$

Actividades de Consolidación y Ampliación

Como actividades de consolidación se pueden realizar los problemas sobre MAS que vengan en el libro de texto o un listado de problemas de nivel PAU, incluyendo alguno de olimpiada de física.

En cuanto a la ampliación los recursos que podemos utilizar son numerosos, un tema interesante que faltaría por tocar sería el tratamiento energético del MAS, así como los movimientos atenuados y forzados.

Evaluación de la Actividad Docente

Por un lado se evaluarán las respuestas que han elaborado al cuestionario del muelle y del péndulo, mostrando especial atención a la manera en la que han argumentado sus respuestas basándose en los datos tomados con los montajes del muelle y del péndulo.

Por otra parte se les pasa un pequeño cuestionario que pueden contestar en 3 minutos, para conocer su opinión sobre la actividad:

1- Mucho 2 – bastante 3- regular 4 – poco 5 – nada	1	2	3	4	5
Consideras que la actividad te ha ayudado a entender la física del muelle					
Consideras que la actividad te ha ayudado a entender la física del péndulo					
Consideras que la actividad te ha ayudado a entender la física del MAS					
¿Consideras que la actividad ha sido útil?					
¿Consideras que la actividad ha sido entretenida?					
¿Te ha parecido adecuado el tiempo empleado?					
Sugerencias:					

Bibliografía

 DISEÑO DE MATERIAL DIDÁCTICO PARA EL ESTUDIO DEL MOVIMIENTO ARMÓNICO SIMPLE, TFM, Begoña Gascón, Universitat Jaume I