Muelle espiral

1. Objetivos

- Estudio de un muelle oscilante como ejemplo de movimiento armónico simple.
- Determinación de la constante del muelle.
- Medida del periodo del muelle oscilante.

2. Material

Muelle espiral, soporte con regla graduada, soporte para pesas, pesas, cronómetro.

3. Fundamento teórico y realización práctica

El movimiento armónico simple es consecuencia de una fuerza *recuperadora lineal*. Esto es, una fuerza directamente proporcional (lineal) al desplazamiento con respecto a una posición de equilibrio. Se dice que la fuerza es recuperadora en el sentido de que siempre tiende a que el cuerpo recupere la posición de equilibrio. En esta práctica estudiaremos la fuerza recuperadora lineal experimentada por una masa colgada de un muelle espiral. Si la masa se aleja de la posición de equilibrio inicia un movimiento oscilatorio de tipo *armónico simple*.

El *desplazamiento* o *elongación* del movimiento viene dado por la distancia desde la posición de equilibrio a la posición que ocupa la masa en un instante determinado. La *amplitud* es la distancia entre las máximas elongaciones en un sentido y otro del movimiento. El *periodo* del movimiento armónico simple viene dado por el tiempo que tarda la masa en realizar una oscilación completa, por ejemplo, el tiempo que tarda en pasar desde una posición de máxima elongación hasta la siguiente. La *frecuencia* es el inverso del periodo.

3.1. La ley de Hooke. Cálculo de la constante del muelle

Si se desplaza del equilibrio un objeto conectado a un muelle, éste ejerce una fuerza, F, sobre el objeto opuesta al desplazamiento, z, dada por la ley de Hooke:

$$F = -kz, \tag{1}$$

es decir, se trata de una fuerza proporcional y opuesta al desplazamiento con una constante de proporcionalidad k, que se denomina la *constante del muelle*. Como esta constante es una fuerza dividida por un desplazamiento, sus unidades en el S.I. son N/m. Esta constante es una medida de la rigidez del muelle. Nos ocuparemos en particular de una masa colgada de un muelle vertical.

Si una masa m se cuelga de un muelle vertical, sobre ella actúan dos fuerzas, la recuperadora del muelle, F, y el peso, mg. Cuando la masa está en equilibrio, ambas son iguales y de signo contrario, $F = -mg$, y por lo tanto, la Ec. (1) se puede reescribir como:

$$m = \frac{k}{g} z \tag{2}$$

Esta ecuación es poco útil porque no es sencillo determinar cuál es el punto inicial de masa $m = 0$ porque el muelle también tiene masa. Como es una ecuación lineal, es más práctico considerar incrementos de posición y de masa con respecto a unos valores iniciales z_0 y m_0, que también verifican

$$m_0 = \frac{k}{g} z_0. \tag{3}$$

Si de la ecuación (3) restamos la (4) se obtiene

$$\Delta m = \frac{k}{g} \Delta z \tag{4}$$

con $\Delta m = m - m_0$ y $\Delta z = z - z_0$.

Por tanto, vamos a medir la posición inicial z_0 para el caso en el que sólo está el soporte y a partir de ahí consideraremos los desplazamientos z para los casos en que se van añadiendo desde 0 (caso inicial) hasta 8 pesas de 10 g.

3.2. El periodo de un muelle oscilante.

Si suponemos que la masa del muelle es despreciable, cuando colgamos de él una masa m, y hacemos que ésta oscile, se puede demostrar que el periodo de la oscilación T viene dado por

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}. \tag{5}$$

En el S.I. T viene dada en segundos, la constante del muelle k en N/m y la masa m en kg. Al igual que en el caso anterior, esta ecuación es poco útil porque el muelle no suele tener masa despreciable, y además es habitual considerar incrementos de masa con respecto a un caso inicial (por ejemplo, cuando sólo tenemos el soporte de pesas). Sin embargo, si elevamos esta ecuación al cuadrado

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{k} m, \tag{6}$$

la masa aparece proporcional al cuadrado del periodo y por consiguiente podemos reescribir esta ecuación en términos de incrementos de masa. En efecto, como $\Delta m = m - m_0$, se tiene que $m = \Delta m + m_0$ y sustituyendo en la ecuación anterior obtenemos:

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{k}(\Delta m + m_0) = \frac{4\pi^2}{k}\Delta m + \frac{4\pi^2 m_0}{k} \tag{7}$$

El procedimiento experimental consiste en medir el periodo de oscilación para varios masas (consideraremos los casos en que el soporte tiene $4, 5, 6, 7$ y 8 pesas de 10 g). Para calcular el periodo simplemente mediremos el tiempo t empleado para realizar 30 oscilaciones completas, dividiendo t por 30 obtendremos una buena estimación del periodo. De la representación de los periodos al cuadrado, T^2, frente a los incrementos de masa, Δm, en kg se obtiene una recta $y = ax + b$ cuya pendiente, a, nos permite calcular la constante del muelle.

Finalmente destaquemos que con el resultado de este apartado (k) y el del anterior (k/g), se puede hacer una estimación de la aceleración de la gravedad:

$$g = \frac{k \text{ (obtenido en este apartado)}}{k/g \text{ (obtenido en el apartado anterior)}} \tag{8}$$

4. Resultados a obtener

a) Represéntese gráficamente Δm frente a Δz (8 datos). Ajústense los datos a una recta. Calcúlese k/g a partir de la pendiente de la recta (ecuación (4)).

b) Represéntese gráficamente T^2 frente a Δm (5 datos). Ajústense los datos a una recta. Calcúlese la constante del muelle a partir de la pendiente de la recta.

c) Calcúlese la aceleración de la gravedad (ecuación (8)).