Máster de Investigación en Economía de la Empresa, Febrero 2017
Módulo: Métodos y Técnicas de Investigación
Prof: José David Vicente Lorente

Instrucciones: Para superar esta parte del examen es necesario alcanzar como mínimo 50 de los 100 puntos de los que consta el examen. Al describir o proponer contrastes, indique claramente el tipo de distribución (normal, chi-cuadrado, t-Student, etc) y sus grados de libertad. El **tiempo límite es de** 1,30 horas

---

Ejercicio 1: En un modelo de regresión clásico, los valores propios de la matriz de correlaciones de los regresores son los siguientes:

(2.0176751, 0.000613887, 1.1104477 , 0.81586311, 1.0532752)

a) De acuerdo con los datos disponibles ¿Existen problemas de multicolinealidad? [25 ptos.]
b) Qué efectos tiene la multicolinealidad aproximada sobre las estimaciones (coeficientes estimados de β, bondad del ajuste, etcétera) [25 ptos.]

Cuestión 2:

Sea el modelo de regresión simple:

$$y_i = \beta_1 + \beta_2 x_i + \varepsilon_i \; para \; i = 1, 2, \ldots, 100.$$

Supongamos que:

- La media de la variable dependiente es -5
- La media de la variable independiente es 12
- La varianza de la variable indendiente es 100
- La covarianza entre la variable dependiente y la variable independiente es 75

A) Con los datos anteriores, calcule el estimador mínimo cuadrático ordinario (MCO) de β_1 y de β_2

SOLUCIONES:
Cuestión 1: Para diagnosticar un posible problema de multicolinealidad aproximada calcularemos el índice de condicionamiento:

$IC = \sqrt{\frac{\lambda_{MAX}}{\lambda_{MIN}}}$ donde λ_{MAX} y λ_{MIN} son el mayor y el menor valor propio, respectivamente la matriz de correlaciones de los regresores. En nuestro caso,

$IC = \sqrt{\frac{2{,}017675}{0{,}000614}} = 57{,}32$. Por tanto existe un problema de multinolinealidad aproximada severo.

Cuestión 2: En el caso de la regresión simple, sabemos que la matriz $X^T X$ y el vector $X^T Y$ tienen la siguiente forma:

$$X^T X = \begin{pmatrix} 1 & \ldots & 1 \\ x_1 & \ldots & x_{100} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & x_1 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & x_{100} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 100 & \Sigma x_i \\ \Sigma x_i & \Sigma x_i^2 \end{pmatrix}$$

$$X^T Y = \begin{pmatrix} 1 & \ldots & 1 \\ x_1 & \ldots & x_{100} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_{100} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Sigma y_i \\ \Sigma x_i y_i \end{pmatrix}$$

Sabemos que el sistema de ecuaciones normales será:

$$X^T X \hat{\beta} = X^T Y$$

Donde $\hat{\beta} = \begin{pmatrix} \widehat{\beta_1} \\ \widehat{\beta_2} \end{pmatrix}$, por tanto tendremos un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas. Resolviendo el sistema tendremos que:

$\widehat{\beta_1} = \bar{y} - \widehat{\beta_2}\bar{x}$ donde $\bar{y}$ es la media de la variable dependiente y $\bar{x}$ es la media de la variable independiente.

Del citado sistema de ecuaciones también deduciremos que:

$$\widehat{\beta_2} = \frac{Covarianza(x,y)}{Varianza(x)}$$

Por tanto

$$\widehat{\beta_2} = \frac{Covarianza(x,y)}{Varianza(x)} = \frac{75}{100} = 0{,}75$$

$$\widehat{\beta_1} = -5 + (0{,}75)12 = 4$$

Máster de Investigación en Economía de la Empresa, Febrero 2018
UNIVERSIDAD DE SALAMANCA
Módulo: Técnicas de Investigación
Prof: José David Vicente Lorente

Instrucciones: Para superar esta parte del examen es necesario alcanzar como mínimo 30 de los 60 puntos de los que consta el examen. Al describir o proponer contrastes, indique claramente el tipo de distribución (normal, chi-cuadrado, t-Student, etc) y sus grados de libertad. El **tiempo límite es de** 45 minutos.

Ejercicio: Tras estimar un modelo de regresión clásico donde x1 es el regresor constante mediante mínimos cuadrados ordinarios (MCO) se obtienen los siguientes resultados:

Suma Residual o suma de los errores al cuadrado: 7984,35
Suma total de las desviaciones al cuadrado de la variable dependiente: 8233,01
Número de observaciones: 100

	Coeficient	**Standard Error**	**t-value**	**$\{h_{ii}\}$**	**p-valor**
x1	0,552	¿STD_1?	0,59	0,01052	0,5822
x2	¿β_2?	0,962	-1,59	0,01113	0,1151
x3	3,131	1,553	¿t3?	¿h_{33}?	0,0302
x4	-1,850	0,645	-2,87	0,005	0,0050

Nomenclatura: Coeficient : coeficiente estimado; Standard Error :Error estándar del estimador; t-value: contraste t de significación individual; $\{h_{ii}\}$: elemento diagonal de la matriz $(X'X)^{-1}$

CUESTIONES

a) Calcule el R^2 de la regresión ¿Cuál es el valor de la suma de los errores estimados? Nota: se pregunta la suma de los errores estimados, NO la suma de los cuadrados de dichos errores [10 ptos.]
b) Calcule la varianza estimada de las perturbaciones y rellene los datos que faltan en la tabla anterior, esto es STD_1 , β_2 , t3 y h_{33} [15 ptos.]
c) Construya un estadístico para el contraste de la hipótesis H0: “el coeficiente del regresor x3 es igual a 2,5” [10 ptos.]
d) ¿Qué coeficientes son significativamente distintos de cero al 90%, al 95% y al 99% de confianza (10 ptos.)
e) Se ha repetido la estimación incluyendo solamente los regresores x1 y x2 . La suma residual de esta regresión es igual a 8174,98. Construya un contraste que asuma como hipótesis nula la validez o veracidad de este modelo frente al modelo de la tabla anterior. [15 ptos.]

SOLUCIONES:

a) R^2= 1-(SR/VT)=1-(7984,35/8233,01)=0,0302
la suma de los errores estimados en un modelo de regresión lineal con constante es 0.

b) La varianza estimada es SR/(T-K)=7984,35/(100-4)=83,17
$STD_1 = 0,936$; $\beta_2 = -1,53$; t3 = 2,02 y $h_{33} = 0,029$

c) H0: β_3=2,5
H1: $\beta_3 \neq 2,5$
Bajo H0 cierta (3,131-2,5)/1,553=0,4063 es una t-student con (100-4)=96 grados de libertad

d) Regresores significativos al 99,9% : NINGUNO
Regresores significativos al 99% : X4
Regresores significativos al 95% : X3 y X4
Regresores significativos al 90% : X3 y X4

e) Utilizando el contraste de "modelo restringido" frente a "modelo ampliado" el contraste sería:

$$\frac{(8174,98 - 7984,35)/2}{7984,35/(100-4)} = 1,146 \sim F(2,96)$$