



Astronomía de Posición.



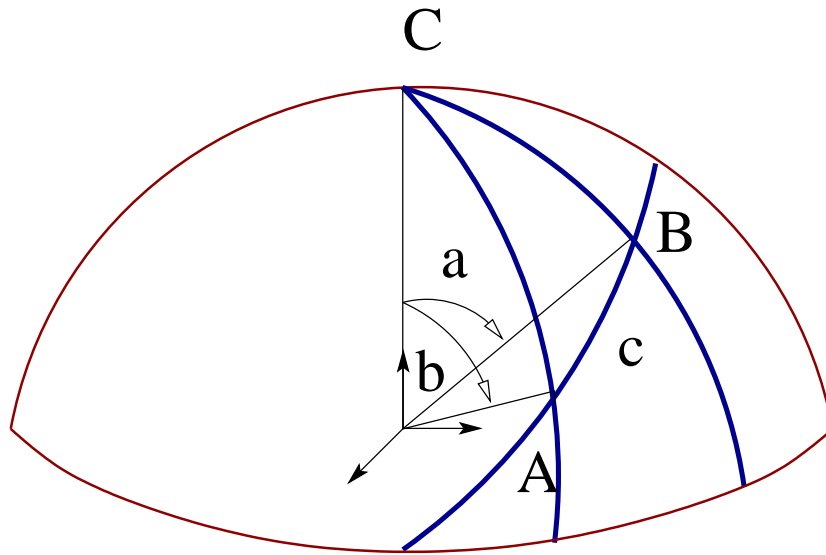
Índice.

1. Repaso de Trigonometría Esférica.
2. Coordenadas Horizontales: (A,a) .
3. Coordenadas Ecuatoriales: (α,δ) .
4. Ángulo horario.
5. Tiempo Sidéreo.
6. Cambio de sistemas de coordenadas.
7. Salida y Puesta de un astro.
8. Estrellas Circumpolares.
9. Problemas.



Repaso de Trigonometría Esférica

- **Arco Máximo:** Cualquier arco de la circunferencia formada por el corte de la esfera de radio unidad con un plano que contiene el centro de la esfera.
- **Arco Pequeño:** Cualquier arco de la circunferencia formada por el corte de la esfera de radio unidad con un plano cualquiera que **NO** contiene el centro de la esfera.
- **Triángulo Esférico:** Región de la esfera de radio unidad delimitada por **arcos máximos**
- **Sistemas de Coordenadas:** Conjunto de dos ángulos que especifican la posición de un objeto en la esfera celeste.



Triángulo esférico.

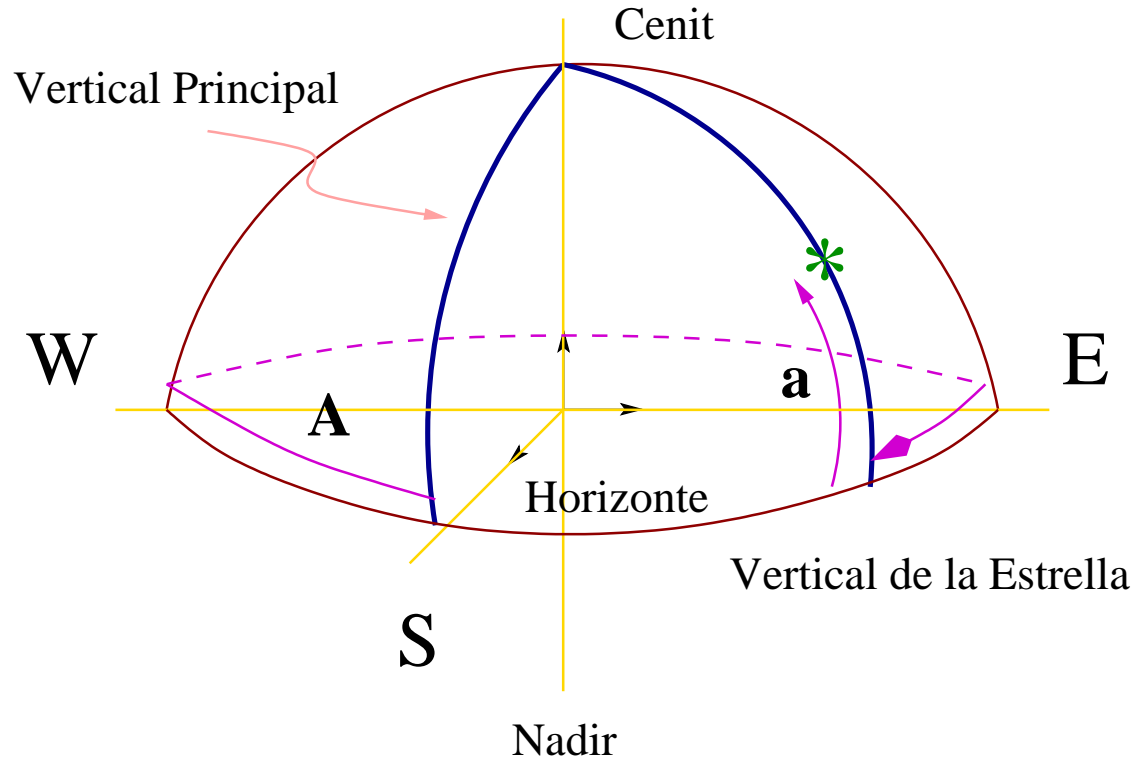
- **Ángulos Centrales:** Ángulos que subtienden los arcos de un triángulo esférico vistos desde el centro de la esfera (a, b, c).
- **Ángulos Interiores:** Ángulos que forman los arcos del triángulo entre sí (A, B, C).

- **Esfera Celeste:** Esfera de radio arbitrario sobre la que se proyectan todos los objetos celestes.



Coordenadas Horizontales: (A,a).

- **Zenith:** Para **un observador dado**, punto en que la perpendicular al suelo corta la esfera celeste.
- **Horizonte:** Círculo máximo resultante del corte del plano del suelo con la esfera celeste.
- **Vertical:** Arco máximo sobre la esfera celeste, con origen en el zenith y perpendiculares al horizonte.
- **Vertical Principal:** Vertical que corta el plano del horizonte en el **SUR** geográfico.

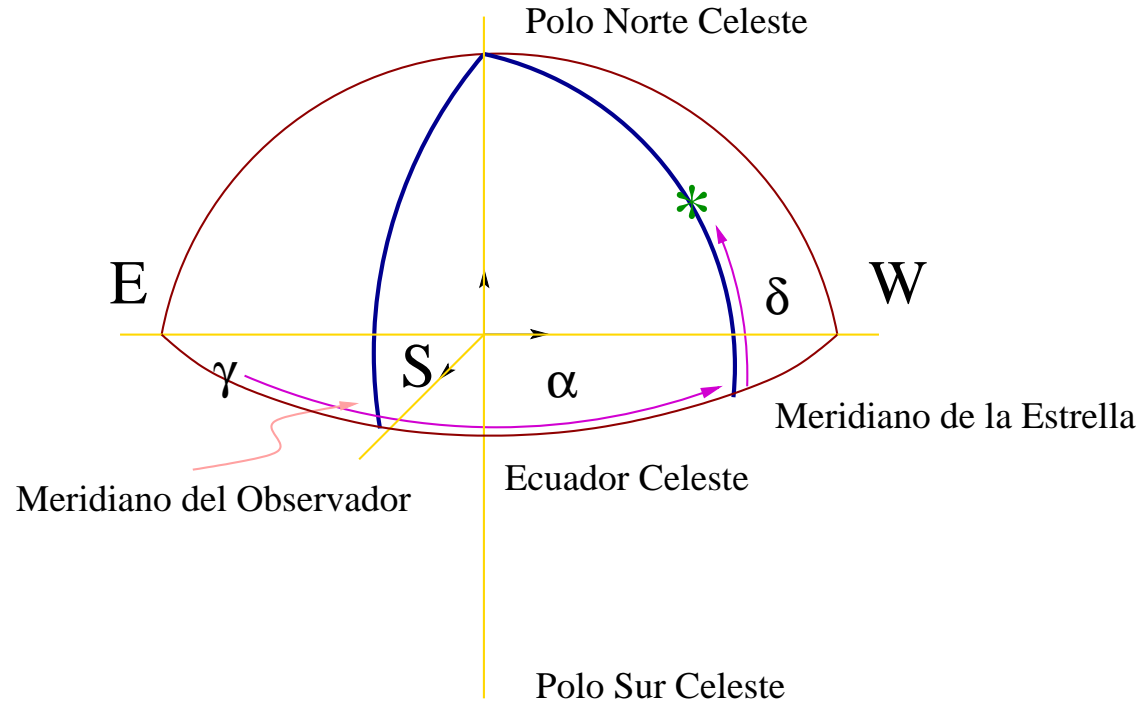


- **Altura, a :** Arco máximo desde el horizonte a la estrella, medido a lo largo de una vertical.
- **Acimut, A :** Arco máximo a lo largo del horizonte medido desde la vertical principal a la vertical de la estrella.



Coordenadas Ecuatoriales: (α, δ) .

- **Polo Norte/Sur Celeste:** Puntos de corte del eje de rotación de la tierra con la esfera celeste.
- **Ecuador Celeste:** Círculo máximo resultante del corte del plano del ecuador con la esfera celeste.
- **Meridiano:** Arco máximo sobre la esfera celeste, con origen y extremo en los polos celestes. Es perpendicular al plano del horizonte en el punto de corte.
- **Meridiano del observador:** Meridiano que pasa por el zenith de un observador dado.
- **Declinación, dec, δ :** Arco máximo medido desde el ecuador celeste a la estrella a lo largo de un meridiano.
- **Ascensión Recta, A.R., α :** Arco máximo medido a lo largo del ecuador desde el equinocio de primavera al meridiano de la estrella.



- **Equinocio de primavera, punto Aries, punto vernal:** Punto de corte entre el plano del ecuador y el plano de la eclíptica. Posición del sol al mediodía del 21 de marzo. Origen de ascensiones rectas.



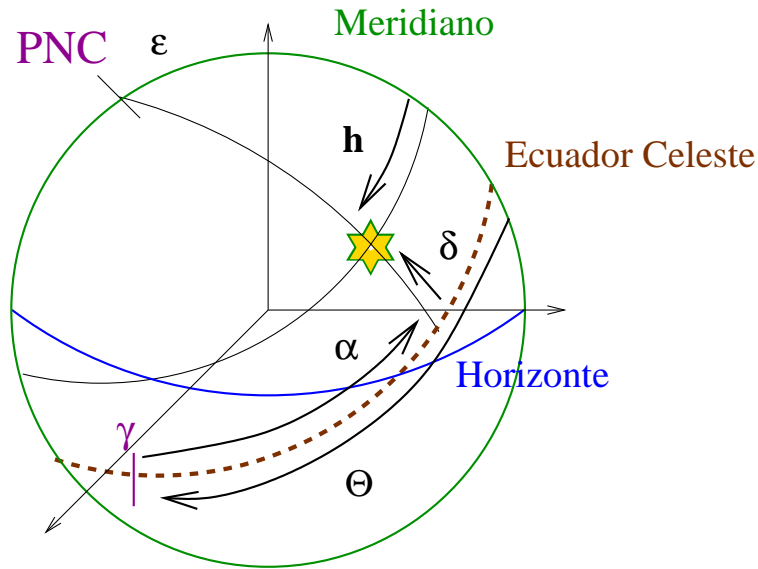
Ángulo horario.

- A.R. y DEC son en la esfera celeste el equivalente a **Long** y **Lat** en la superficie terrestre. El punto γ juega el papel de meridiano de Greenwich.
- Dado que la tierra gira alrededor de su eje, la DEC de una estrella puede medirse a partir de la distancia angular desde el eje de rotación de la tierra (donde se encuentra la estrella polar).
- Sin embargo, debido a la rotación de la tierra, el punto γ se mueve sobre la esfera celeste. Para medir la A.R. necesitamos saber dónde se encuentra el punto γ . El problema es similar a la medida de la longitud, que necesitamos conocer el meridiano de referencia, el meridiano de Greenwich.
- Por tanto, la A.R. no nos sirve para localizar una estrella en el cielo si no conocemos la posición del equinocio de primavera. Se introduce un ángulo auxiliar: el ángulo horario h , definido como el ángulo que forma la estrella con el meridiano del observador, medido a lo largo del ecuador celeste.



Tiempo Sidéreo.

El dibujo nos muestra las coordenadas del sistema ecuatorial para un observador dado. Tenemos:



- Colatitud del Observador: $\epsilon = 90^\circ - Lat$
- Tiempo sidéreo Θ : ángulo horario del punto vernal. Nos permite encontrar el ángulo horario de una estrella a partir de su A.R.

$$\Theta = \alpha + h$$

- Un día sidéreo corresponde exactamente al tiempo que tarda la tierra en dar una vuelta alrededor de su eje, de girar 360° .



♠ El tiempo sidéreo es muy distinto de los usos horarios a los que estamos acostumbrados. Sus principales diferencias son:

- Está ligado al paso de las estrellas por el meridiano del observador, no al paso del sol.
- Cuando cambiamos de localidad (en la dirección E-W), el meridiano del observador cambia, y por tanto también el tiempo sidéreo.
- Un día sidéreo dura 3'56" menos que un día solar medio. Por tanto, si un reloj solar y un reloj sidéreo coinciden en un momento dado, al día siguiente, el reloj de tiempo sidéreo habrá adelantado casi 4 minutos.

♠ La equivalencia entre día solar y día sidéreo es:

$$365,256436918716 \text{ días solares} = 366,256436918716 \text{ días sidéreos}$$



Cálculo (aproximado) del tiempo sidéreo de una localidad.

- El 21 de marzo, a las 12 horas del mediodía, el punto Aries (γ) transita sobre el meridiano de Londres: $\Theta_{0^{\circ},21-Mar,12:00} = 0$
- Para una localidad de longitud $Long$, la diferencia de tiempo sidereo con Londres es:

$$\Theta_{Long,21-Mar,12:00} = \Theta_{0^{\circ},21-Mar,12:00} + Long/15;$$

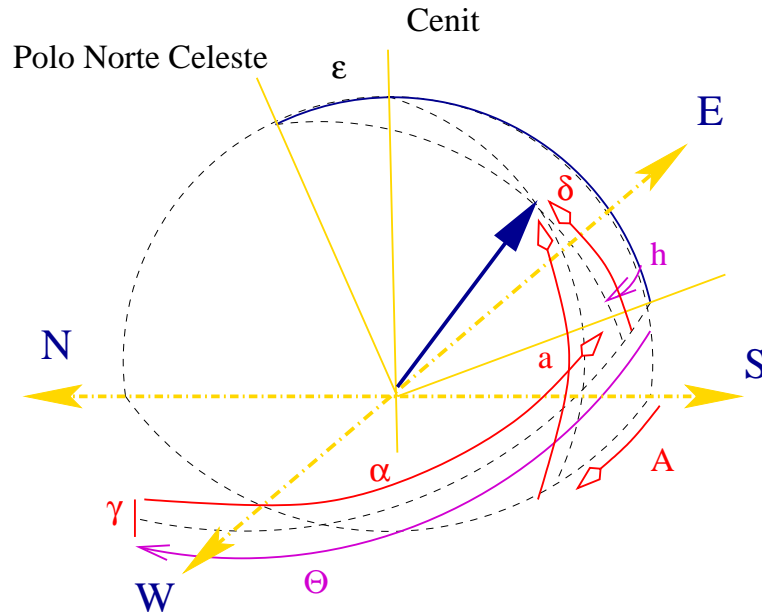
$Long$ es positiva hacia el E, negativas hacia el W.

- Para otro día d_{\odot} y otra hora h_{\odot} , el tiempo sidereo en Londres es:

$$\Theta_{LDN,d_{\odot},h_{\odot}} = \Theta_{LDN,21-Mar,12:00} + ((d_{\odot} * 24 + h)/23.93)$$



Cambio de sistema de coordenadas.



Las fórmulas que nos permiten cambiar entre los sistemas de coordenadas ecuatorial y horizontal son:

$$\begin{aligned}\sin h \cos \delta &= \cos a / \sin A \\ \cos h \cos \delta &= \cos a / \cos A \sin \epsilon + \sin a \cos \epsilon \\ \sin \delta &= -\cos a \cos A \cos \epsilon + \sin a \sin \epsilon \\ \cos a \cos A &= \cos h \cos \delta \sin \epsilon - \sin \delta \cos \epsilon \\ \sin a &= \cos h \cos \delta \cos \epsilon + \sin \delta \sin \epsilon \\ \Theta &= \alpha + h\end{aligned}$$



Salida y Puesta de un astro.

- Una estrella sale o se pone cuando su altura es $a = 0$. Por tanto,

$$\left. \begin{array}{l} \sin a = \cos h \cos \delta \cos \epsilon + \sin \delta \sin \epsilon \\ \sin a = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \cos h \cos \delta \cos \epsilon = -\sin \delta \sin \epsilon.$$

En consecuencia:

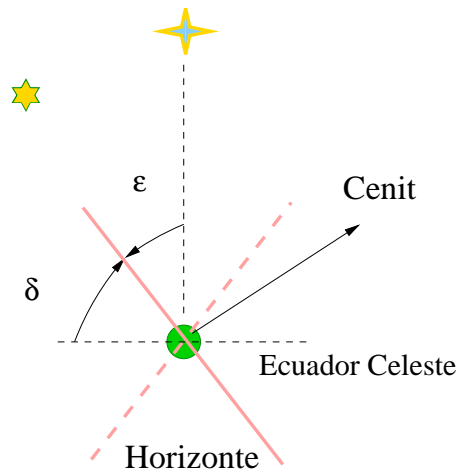
$$\cos h = -\tan \delta \tan \epsilon$$

- Esta ecuación puede tener dos soluciones (salida y puesta de un astro) o no tener ninguna, que corresponden a astros que nunca se ponen (estrellas circumpolares) o que no salen nunca, estrellas que no son visibles desde una determinada localidad.



Estrellas Circumpolares.

♣ Para una localidad dada son aquellas estrellas que son visibles todas las noches del año. Por ejemplo, desde Salamanca, la Osa Mayor es siempre visible.



♣ Para que una estrella sea siempre visible, no debe salir ni ponerse. La ecuación $\cos h = -\tan \delta \tan \epsilon$ no puede tener solución. Por tanto,

$$\tan \delta \tan \epsilon \geq 1 \quad \Rightarrow \quad \delta + \epsilon \geq 90^\circ$$



Problemas.

- ♠ Supongamos que la órbita de la tierra fuese circular y que se moviese con velocidad angular constante a lo largo de ella. Supongamos también que el eje de rotación de la tierra es perpendicular al plano de la eclíptica (esto es, el sol tiene siempre $\delta = 0^\circ$). ¿Cuánto cambiaría diariamente la ascensión recta del sol?
- ♠ ¿Qué diferencia hay entre el ángulo horario del sol y el de una estrella?
- ♠ El día 21 de junio el sol tiene una declinación $\delta = 23.5^\circ$. Calcular la duración del día en el Trópico de Cancer ($\text{Lat}=23.5^\circ\text{N}$), en Salamanca ($\text{Lat}=40^\circ57'43''\text{N}$), en el Ecuador, en el Trópico de Capricornio, en el círculo polar Ártico ($\text{Lat}=66.5^\circ\text{N}$) y en el círculo polar Antártico ($\text{Lat}=66.5^\circ\text{S}$).
- ♠ Para todas las localidades anteriores, calcular el acimut del sol en el momento de salida y puesta. Deducir las amplitudes ortiva y occidua.



- ♠ El día 21 de marzo la declinación del sol es $\delta = 0^\circ$. Calcular la altura máxima del sol ese día en: Salamanca, el ecuador, los trópicos de Cáncer y Capricornio y los círculos polares Árticos y Antárticos.
- ♠ El día 21 de diciembre, calcular la longitud que proyecta un poste de 10m de alto situado al borde del río Tormes en Salamanca.
- ♠ En Tenerife (Lat= $28^\circ 27' 47''$ N), la piscina municipal abre todo el año. Planean construir un bloque de pisos de 50m de altura al otro lado de la calle, a unos 50m de distancia. Visto desde la piscina, el bloque se situará justo en la dirección SUR. Los bañistas protestan porque temen que el edificio dará sombra sobre la piscina. El constructor argumenta que eso no es correcto. El ayuntamiento promete que no dará licencia municipal para la construcción del edificio si desde el 21 de marzo al 21 de septiembre el edificio da sombra sobre la piscina. ¿Se construirá el edificio?.
- ♠ En el caso anterior, ¿daría el edificio sombra sobre la piscina en primavera o verano si estuviese construido en la dirección SUR-OESTE?.



- ♠ Si en verano, una estrella es visible desde Londres ¿en qué época del año será visible esa estrella para un observador situado en el mismo paralelo, pero a 180° del Meridiano de Greenwich.
- ♠ Si una estrella tiene 0h, 6h, 12h o 18h de A.R., ¿en qué época del año será visible?
- ♠ Se denomina OCASO CIVIL al tiempo que transcurre desde que el Sol se pone ($a = 0^\circ$) hasta que su altura es $a = -6^\circ$. Calcular cuánto dura el ocaso en el Trópico de Cáncer, en Salamanca y en Copenhague ($\text{Lat}=55^\circ 41' 13''\text{N}$) el 21 de junio.