

AMPLIACIÓN DE ALGEBRA CONMUTATIVA

1.- Datos de la Asignatura

Código	100232	Plan	2008	ECTS	6
Carácter	Optativo	Curso	3º	Periodicidad	C2
Área	Álgebra				
Departamento	Matemáticas				
Plataforma Virtual	Plataforma:	STUDIUM			
	URL de Acceso:	https://moodle.usal.es			

Datos del profesorado

Profesor Coordinador	Ana Cristina López Martín		Grupo / s	
Departamento	Matemáticas			
Área	Álgebra			
Centro	Facultad de Ciencias Químicas			
Despacho	Edificio de la Merced. M2324			
Horario de tutorías	Lunes, Martes y Miércoles de 12 a 14 h			
URL Web	https://diarium.usal.es/anacris/			
E-mail	anacris@usal.es	Teléfono	923294456	

2.- Sentido de la materia en el plan de estudios

Bloque formativo al que pertenece la materia

Esta materia pertenece al módulo formativo “Ampliación de Álgebra”, el cual incluye además las materias Álgebra Conmutativa y Computacional, Ecuaciones Algebraicas y Teoría de Galois, Geometría Algebraica y Representaciones de Grupos finitos.

Papel de la asignatura dentro del Bloque formativo y del Plan de Estudios.

Su carácter es optativo vinculada a la materia de Matemáticas de la Rama de Ciencias

Perfil profesional.

Como el resto de materias del módulo, está recomendada únicamente en el itinerario académico, esto es, para personas interesadas en prepararse para un perfil profesional de

docencia e investigación en Matemáticas tanto universitaria como no universitaria.

3.- Recomendaciones previas

Para seguir el curso adecuadamente es necesario que el estudiante haya cursado previamente una Introducción al Álgebra Comutativa, similar a la asignatura ``Álgebra Comutativa y Computacional'' ofertada como optativa en el primer semestre del 3º de Grado en Matemáticas. A su vez, es muy recomendable haber cursado o estar matriculado en la materia “Ecuaciones Algebraicas y Teoría de Galois”.

4.- Objetivos de la asignatura

Esta asignatura tiene tres objetivos fundamentales:

1. Completar la introducción de conceptos y técnicas algebraicas del Álgebra Comutativa.
2. Aprender a interpretar geométricamente los conceptos algebraicos introducidos.
3. Presentar a los estudiantes un estudio detallado de las propiedades locales de las variedades algebraicas afines, completando de este modo las bases para el estudio de la Geometría Algebraica.

5.- Contenidos

TEMA 1: Filtraciones y Completaciones.

Topologías ádicas en anillos noetherianos: Sistemas proyectivos. Definición de filtración y filtración estable de un módulo. Topología sobre un módulo asociada a una filtración. Completaciones ádicas: definiciones topológica y algebraica. Lema de Krull. Dilatado y graduado de un anillo por un ideal y de un módulo por una filtración. Lema de Artin-Rees. Exactitud de la completación. Platitud y fielplatitud de la completación. Noetherianidad de la completación. Teorema de la función inversa

TEMA 2: Teoría de la dimensión.

Dimensión de Krull de un anillo: definición, caracterización de la dimensión como el supremo de las alturas de los ideales primos, teorema de Krull. Función de Hilbert y funciones de Samuel de un módulo: definiciones y demostración de que ambas son polinomios racionales. Polinomio de Samuel de un anillo local respecto de un ideal primario. Invariancia del grado con respecto al ideal primario. Variación del grado del polinomio de Samuel al hacer cociente por un elemento del anillo no divisor del cero. Sistema mínimo de parámetros de un anillo local noetheriano. Teorema de la dimensión. Consecuencias del teorema de la dimensión: igualdad de dimensión entre un anillo y su completado, dimensión del espacio afín, finitud de la dimensión de las variedades algebraicas afines.

TEMA 3: Anillos regulares y puntos no singulares.

Anillos locales regulares: definición de anillo local regular y caracterizaciones por el anillo graduado y por la multiplicidad. Puntos no singulares: definición y caracterización por el cono tangente.

Curvas afines no singulares: caracterización de sus anillos como dominios noetherianos localmente principales. Anillos regulares completos: teorema de Cohen. Caracterización diferencial de la regularidad. Criterio Jacobiano.

TEMA 4: Morfismos finitos y enteros.

Dependencia entera: definiciones y propiedades básicas de los morfismos finitos y enteros. Morfismos inducidos entre espectros por morfismos enteros: epiyectividad y finitud de las fibras, teorema del ascenso. Cierre entero y anillos íntegramente cerrados. Métrica de la traza. Finitud del cierre entero de anillos íntegramente cerrado en extensiones separables. Dependencia entera sobre un ideal: teorema del descenso. Teoremas de Normalización de Noether y de los ceros de Hilbert. Interpretaciones geométricas.

TEMA 5: Valoraciones y anillos de valoración.

Valoraciones y anillos de valoración: definiciones y propiedades. Anillos de valoración discreta y valoraciones en curvas afines. Valoraciones y cierre entero: morfismos dominantes, relación de orden en el conjunto de anillos locales noetherianos, maximalidad de los anillos de valoración. Construcción del cierre entero de un anillo íntegro en una extensión finita por los anillos de valoración. Anillos de Dedekind: definición y caracterización como los anillos de las curvas afines no singulares.

TEMA 6: Estudio local de los puntos singulares de las curvas algebraicas. Desingularización.

Explosión de un anillo y sus propiedades geométricas. Espectro proyectivo de un álgebra graduada. Parámetros transversales en un punto y transformaciones cuadráticas. Explosión de curvas. Cálculo de la multiplicidad de intersección de una curva y una hipersuperficie a través de la explosión. Cálculo de la multiplicidad de un punto y del polinomio de Samuel de una curva. Ramas analíticas, Puntos cuspidales de una curva plana y contacto maximal.

6.- Competencias a adquirir

Específicas.

- Calcular los anillos completados y los anillos graduados de anillos sencillos de variedades algebraicas en sus puntos.
- Determinar los puntos en que un morfismo entre los completados de curvas algebraicas es isomorfismo utilizando el teorema de la función inversa.
- Calcular el polinomio de Hilbert de anillos graduados sencillos (cocientes de anillos de polinomios por ideales homogéneos).
- Calcular el polinomio de Samuel de anillos locales de variedades algebraicas en puntos.
- Calcular dimensiones de anillos sencillos de variedades algebraicas utilizando el teorema de la dimensión y sus consecuencias.
- Calcular la multiplicidad del anillo local de una variedad algebraica en un punto en casos sencillos.
- Calcular el cono tangente a una variedad afín en un punto. Determinar si el anillo local de una curva plana en un punto es regular.
- Estudiar si un punto no racional de una curva plana sobre los números reales es regular utilizando el criterio jacobiano.
- Calcular el módulo de diferenciales relativas de un morfismo finito.
- Calcular los ceros y polos de una función algebraica sobre una curva plana no singular.
- Determinar si una extensión finita de los números enteros es íntegramente cerrada, calculando sus puntos singulares.
- Calcular los puntos singulares y árbol de explosión de una curva.
- Calcular la multiplicidad de intersección de una curva y una hipersuperficie.
- Determinar el contacto maximal de un punto cuspidal de una curva plana.

Transversales.

Junto con las demás materias de este módulo, los estudiantes adquirirán las competencias generales CB-1, CB-2, CB-3, CG-1, CE-1, CE-2, CE-3, CE-4, CE-5 y CE-6 del Título.

7.- Metodologías

Esta materia se desarrollará coordinadamente con las otras materias del módulo formativo. Se expondrá el contenido teórico de los temas a través de clases presenciales, que servirán para fijar los conocimientos ligados a las competencias previstas y dar paso a clases prácticas de resolución de problemas, en los que se aplicarán las definiciones, propiedades y teoremas expuestos en las clases teóricas.

A partir de esas clases teóricas y prácticas los profesores propondrán a los estudiantes la realización de trabajos personales.

Además, los estudiantes tendrán que desarrollar por su parte un trabajo personal de estudio y asimilación de la teoría, resolución de problemas propuestos y preparación de los trabajos o prácticas propuestos, para alcanzar las competencias previstas. De ello tendrán que responder, exponiendo sus trabajos ante el profesor y el resto de compañeros y comentándolos previamente en una tutoría personal entre estudiante y profesor, así como realizando exámenes de teoría y resolución de problemas.

8.- Previsión de distribución de las metodologías docentes

	Horas dirigidas por el profesor		Horas de trabajo autónomo	HORAS TOTALES
	Horas presenciales.	Horas no presenciales.		
Sesiones magistrales	45		55	105
Prácticas	- En aula			
	- En el laboratorio			
	- En aula de informática			
	- De campo			
	- De visualización (visu)			
Seminarios	10		5	15
Exposiciones y debates				
Tutorías	1			1
Actividades de seguimiento online				
Preparación de trabajos			10	10
Otras actividades (detallar)				
Exámenes	4		15	19
TOTAL	60		90	150

9.- Recursos

Libros de consulta para el alumno

- M. Atiyah, J. M. Macdonall, ``Introducción al álgebra Conmutativa'', Ed. Reverte (1989).
- J. A. Navarro, ``Álgebra Conmutativa Básica'', Manuales de la UNEX, 19.
- M. Reid, `Undergraduate algebraic geometry'', London Mathematical Society Texts, 12. Cambridge Universite Press, Cambr ridge, 1988.

Otras referencias bibliográficas, electrónicas o cualquier otro tipo de recurso.

- D. Eisenbud, ``Commutative algebra. With a view toward algebraic geometry''. Graduate Texts in Mathematics, 150. Springer-Verlag, New York, (1995).
- E. Kunz, ``Introduction to commutative algebra and algebraic geometry''. Translated from the German by Michael Ackerman. With a preface by David Mumford. Birkh\"{a}user Boston, Inc., Boston, MA, (1985).
- J. Harris, ``Algebraic Geometry'', A first course. Corrected reprint of the 1992 original. Graduate Texts in Mathematics, 133. Springer-Verlag, New York, 1995.
- Material proporcionado a través del Campus on-line de la Facultad de Ciencias.

10.- Evaluación**Consideraciones Generales**

La evaluación de la adquisición de las competencias de la materia se basará principalmente en el trabajo continuado del estudiante, controlado periódicamente con diversos instrumentos de evaluación, conjuntamente con un examen final.

Criterios de evaluación

Los criterios de evaluación serán las siguientes con el peso en la calificación definitiva que se indica a continuación:

Actividades	Peso en la calificación definitiva	Mínimo sobre 10 que hay que obtener para poder superar la materia
Actividades Presenciales de evaluación continua	30%	2
Actividades no presenciales de la evaluación continua	10%	2
Examen	60%	3

Instrumentos de evaluación

Los instrumentos de evaluación se llevarán a cabo a través de diferentes actividades:

Actividades No Presenciales de evaluación continua:

- Se propondrá a cada estudiante un trabajo de carácter teórico a lo largo del cuatrimestre. Los trabajos serán entregados escritos en LateX. En la parte de corrección de cada trabajo, el profesor puede llamar a tutoría la estudiante, y la asistencia será obligatoria para que dicho trabajo sea finalmente calificado.
- En caso en el que este estime oportuno, se realizará una exposición oral de los trabajos presentados. Dicha exposición oral servirá para matizar la nota del trabajo y para valorar otros aspectos distintos al trabajo escrito, como por ejemplo la claridad en la explicación, el modo de dirigirse al público, etc.

Actividades Presenciales de evaluación continua:

- En el horario lectivo de la materia, se realizarán 2 pruebas esencialmente de tipo test, uno a mitad del cuatrimestre y otro al final.
- Eventualmente, los estudiantes realizarán por escrito la resolución de dos problemas o de prácticas similares a los trabajados anteriormente en clase, que serán recogidos por el profesor.

De todas las actividades se comunicará la nota al estudiante en el tablón del aula o por el campus virtual, facilitando una hora para la revisión (en caso de no ser llamados a tutorías).

Examen:

- Se realizará en la fecha prevista en la planificación docente y tendrá una duración aproximada de 4 horas.

Recomendaciones para la evaluación.

Para la adquisición de las competencias previstas en esta materia se recomienda la asistencia y participación activa en todas las actividades programadas y el uso de las tutorías, especialmente aquellas referentes a la revisión de los trabajos.

Las actividades de la evaluación continua no presenciales deben ser entendidas en cierta medida como una autoevaluación del estudiante que le indica más su evolución en la adquisición de competencias y auto aprendizaje y, no tanto, como una nota importante en su calificación definitiva.

Recomendaciones para la recuperación.

Para las personas que suspendan la materia, su segunda calificación se obtendrá a partir de las actividades de evaluación continua desarrolladas durante el semestre y de la prueba escrita que está prevista en la programación docente después del final de las actividades docentes ordinarias. Esta segunda calificación se obtendrá de la siguiente forma:

- Actividades Presenciales de evaluación continua, realizada a lo largo del curso: 20%
- Actividades no presenciales de la evaluación continua realizada a lo largo del curso: 10%
- Nota del examen de recuperación: 70%

Para poder obtener una segunda calificación positiva será necesario cumplir los siguientes mínimos:

- Segundo Examen: 3 sobre 10.
- Actividades no presenciales de evaluación continua: 2 sobre 10.