MOVIMIENTO ARMÓNICO SIMPLE: CONCEPTOS BÁSICOS Y APLICACIÓN PRÁCTICA

Contexto de la actividad

La actividad va dirigida a alumnos de la asignatura de Física en el curso de 2º Bachillerato. Para poder adquirir con éxito los conocimientos y poder seguir el desarrollo de la actividad, los alumnos deben haber adquirido previamente conocimientos sobre:

1. Trigonometría: seno, coseno, tangente de un ángulo, relación entre los ángulos de triángulos complementarios, concepto de radianes…
2. Concepto de derivada, relación de la pendiente de una recta con la derivada de la función de esa recta en un punto. Cálculo de la pendiente de una recta.
3. Representación gráfica e interpretación de funciones.
4. Dependencia entre variables.
5. La definición de velocidad y aceleración como ecuaciones diferenciales de la posición con respecto al tiempo.
6. Unidades del Sistema Internacional.
7. Concepto de gravedad.
8. Movimiento circular y ondas.
9. Vectores: interpretación de la variación de la posición de un objeto en 2 dimensiones.
10. Leyes de Newton: equilibrio entre las fuerzas que actúan sobre un cuerpo.

Para poder desarrollar adecuadamente los contenidos de la actividad, los alumnos deben repasar previamente los conceptos previos mencionados arriba, con especial atención a las leyes de Newton, a la trigonometría y a la interpretación de funciones. En 1º Bachillerato se imparten gran parte de estos contenidos en las asignaturas de Física y Química y Matemáticas. En Física y Química de 1º Bachillerato se habla sobre el concepto de posición, velocidad, aceleración y fuerza y el carácter vectorial de estas magnitudes. Además, se ven contenidos relacionados con diferentes tipos de movimientos, obteniéndose el concepto de movimiento en 2 dimensiones. Además, se dan nociones básicas sobre la máquina de Atwood o polea y el péndulo cónico.

Los alumnos recobrarán estos contenidos en los primeros años de formación posterior al bachillerato si decidieran continuar sus estudios en el ámbito de las ciencias, ya que suelen impartirse en clases de Física general ampliando conceptos relacionados con el análisis dimensional. Además, se aplica el método de mínimos cuadrados para ajustar los valores experimentales a una recta mediante Excel o mediante papel milimetrado para lograr valores más reales. Estos conceptos no se incluyen en bachillerato con profundidad e incluso a menudo no se imparten, ya que el método de mínimos cuadrados corresponde a una técnica estadística.

La actividad ha de llevarse a cabo en 50 minutos, correspondientes a una sesión de clase de la materia de Física.

Objetivos de la actividad

La actividad se desarrolla dentro del marco de aprendizaje de la parte de Física en relación con el movimiento armónico simple (M.A.S). Con el desarrollo de este contenido permite a los alumnos lograr diferentes objetivos:

- Comprender el concepto de período y frecuencia de un cuerpo en movimiento oscilatorio.
- Asociar el concepto de frecuencia y período en sistemas en movimiento armónico simple como son el péndulo simple y el muelle.
- Aprender a relacionar fenómenos cotidianos donde se produzcan movimientos periódicos que puedan encajar en la dinámica de un movimiento armónico simple.
- Ser capaz de determinar la dependencia entre distintas variables (relación entre el período y la masa en un muelle simple, entre el período y la longitud de la cuerda del péndulo simple) que intervienen en un sistema, partiendo de la observación y el análisis experimental.
- Representación gráfica de resultados experimentales e interpretación de estos.
- Aprender a extraer resultados a partir de las gráficas resultantes de la experimentación, por ejemplo, mediante la pendiente de una recta a partir de datos experimentales e interpretar los valores obtenidos a partir de gráficas.
- Desarrollar el pensamiento crítico y la capacidad de establecer hipótesis y contrastar la veracidad o no de la misma de acuerdo con los resultados.
- Ser capaz de establecer la relación entre la posición y el tiempo en el movimiento armónico simple a partir de simplificaciones y del análisis matemático de las ecuaciones.

Herramientas docentes utilizadas

La actividad se llevará a cabo en el aula y para el desarrollo se necesitan:

- Pizarra
- Ordenador y proyector: permite mostrar en pantalla los vídeos y GIFs necesarios para la explicación.
- Péndulo simple: una cuerda y pelotas de distintos tamaños (pueden ser bolas del árbol de Navidad de diferente radio y masa. Una de ellas con un agujero en la parte inferior).
- Rollo de papel de mantel y colorante alimenticio.

- Muelle simple: muelle, un gancho, un vaso de jarabe anclado al gancho y monedas. Podrían ser monedas de distintas cantidades, pero si son de la misma, la relación entre masa y elongación es más visual.
- Los alumnos han de disponer de cuaderno para anotar valores, papel milimetrado para representar, regla y calculadora.

Descripción del desarrollo de la actividad docente

1. Introducción

Período y frecuencia (5 minutos)

Para explicar el concepto de período y frecuencia se utiliza un vídeo de un conocido dibujo animado en su columpio:

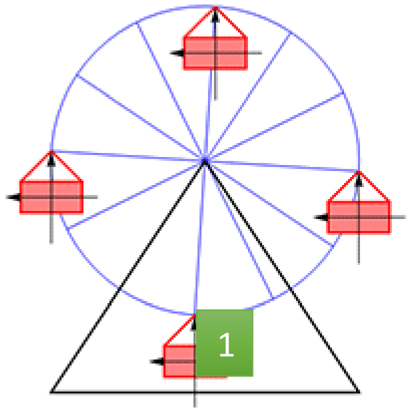
 

El período (T) es el tiempo que transcurre en una oscilación completa, es decir, el tiempo que tarda el móvil en volver a pasar por el mismo punto. Para facilitar a los alumnos la comprensión, se puede utilizar el balanceo de "Piolín" en su columpio. Debemos asumir que el movimiento es constante y que se produce una oscilación de la misma amplitud continuamente. Se utiliza un GIF para mostrar el movimiento oscilatorio (ver bibliografía). El tiempo que transcurre desde que va de la posición de atrás hasta que llega a la parte de adelante es período de la oscilación.

La frecuencia (f) es el número de oscilaciones por unidad de tiempo. Cuanto mayor es el período, mayor tiempo tarda el pájaro en volver a subir y menos repeticiones puede realizar en un determinado tiempo. Considerando 1 minuto de tiempo, si se balancea más rápido (período disminuye), podrá balancearse más veces (frecuencia aumenta).

De este modo, se puede observar cómo la frecuencia y el período son inversamente proporcionales.

Una vez comprendido el término de período se poded explicar las ecuaciones que definen el período en el caso del movimiento armónico simple. Proponemos una noria en movimiento. Nos fijamos en uno de los vagones (vagón número 1).



Cuando el vagón 1 complete una vuelta y vuelva a pasar a nuestro lado, habrá recorrido una distancia en un determinado tiempo. Ese tiempo es el período (T). Si se miden varias vueltas, se puede obtener un valor medio del período.

La velocidad de la noria se dividirá en velocidad lineal y velocidad angular (velocidad de giro, w). La velocidad de ese giro es 2π (porque recorre los 360º) dividido por el período:

$$w = \frac{2\pi}{T}$$

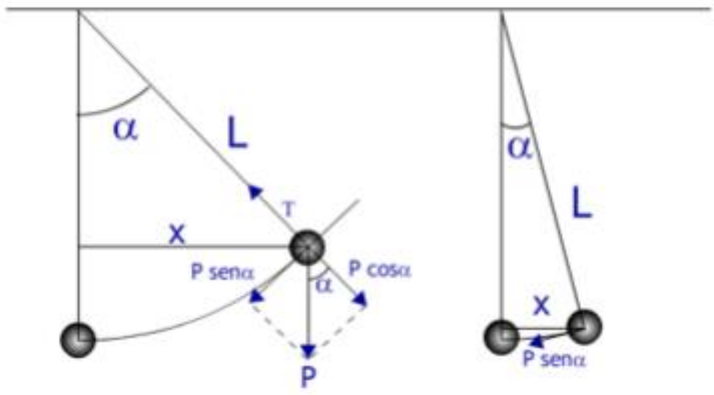
Como la frecuencia es la inversa del período:

$$w = 2\pi f$$

Establecidos los conceptos iniciales de frecuencia y período, se puede ver de forma visual mediante el uso de sistemas en movimiento oscilatorio armónico simple.

2. Péndulo simple (30 min)

El estudio de este sistema permite a los alumnos establecer la relación entre el período, la gravedad y la masa. Para facilitar un aprendizaje significativo se favorece el aprendizaje por descubrimiento a partir de la experimentación, la observación y la interpretación de resultados. Comenzamos con la descripción cualitativa del fenómeno.



En primer lugar, se procede a la utilización de un péndulo casero para que los alumnos tengan una impresión inicial. Se ata la cuerda a una de las bolas que hemos seleccionado y se inicia la oscilación con un ángulo pequeño y los alumnos observan la oscilación. A partir de esto, pueden establecer qué posibles variables influyen en el período de oscilación.

La tendencia será a relacionar el período con la masa de la bola (m), la longitud de la cuerda (l) o la gravedad (g).

Para comprobar si la masa interviene, se realiza una experiencia en la que los alumnos deben anotar el tiempo que tarda en realizar 10 oscilaciones el péndulo. Se repetirá esta experiencia para otras 2 bolas de diferente masa, manteniendo fija la longitud de la cuerda). Se pregunta a varios alumnos qué tiempos han obtenido y se anota en la pizarra. Así, los alumnos podrán observar que el período de oscilación es el mismo para distintas masas, de manera que no existe dependencia entre estas variables.

A continuación, se procede a analizar la relación con la longitud de la cuerda. Para ello se realiza una experiencia similar al caso anterior. Se toma una bola (con agujero inferior) para realizar el experimento y los alumnos deben anotar el tiempo que el péndulo tarda en realizar 10 oscilaciones con longitud de cuerda 20 cm, 40 cm, 60 cm, 80 cm y 1 m. Los alumnos podrían ver que, a medida que la longitud de la cuerda aumenta, también aumenta el tiempo empleado en realizar cada oscilación.

Una vez que los alumnos han visto con sus propios ojos qué sucede, se procede a plasmar en papel las conclusiones a las que han llegado y emplear los datos tomados para obtener los parámetros necesarios. En primer lugar, se hace un análisis dimensional para comprobar cuál es la relación entre período, masa, gravedad y longitud de la cuerda. Aunque experimentalmente hemos visto que la masa no influye, se puede incluir en el análisis para demostrarlo analíticamente.

La unidad en el Sistema Internacional (SI) del período es s, con lo cual es una magnitud de tiempo. La masa (m) se mide en kg, la longitud (l) en m y la gravedad (g) en m/s^2:

$$[T] = [m]^{\alpha} \cdot [l]^{\beta} \cdot [g]^{\gamma}$$

Expresando en las unidades correspondientes:

$$(s) = (kg)^{\alpha} \cdot (m)^{\beta} \cdot \left(\frac{m}{s^2}\right)^{\gamma}$$

Igualando los exponentes de las unidades a cada lado de la ecuación:

- s: $1 = -2 \cdot \gamma$
- kg: $0 = \alpha$
- m: $0 = \beta + \gamma$

Así, se concluye:

$$\alpha = 0$$

$$\gamma = -\frac{1}{2}$$

$$\beta = \frac{1}{2}$$

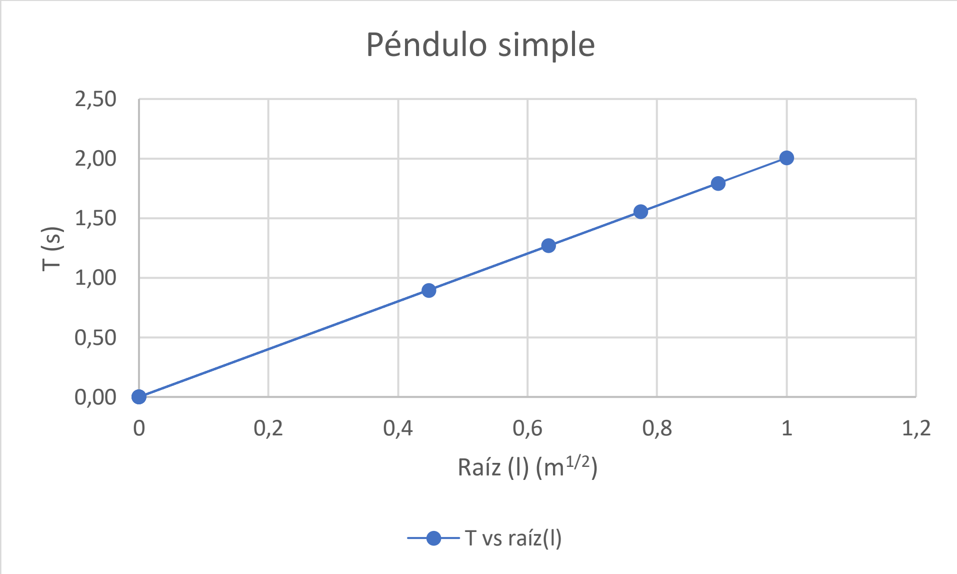
De esta manera:

$$T \propto \left(\frac{l}{g}\right)^{\frac{1}{2}}$$

No se puede asegurar que sea igual porque puede haber alguna constante adimensional que influya en el valor del período. Para ello, se comprueba qué relación hay entre ambos lados de la ecuación. Teniendo en cuenta que g es una constante:

$$T \propto \sqrt{l}$$

Si no dependiera de más constantes, la única relación entre T y $\sqrt{l}$ debería ser $(1/\sqrt{g})$. Si se abre una hoja Excel y se representa en el eje y el período y en el eje x la longitud de la cuerda, mostraremos en pantalla una gráfica similar a la siguiente:



La representación presenta una recta, cuya ecuación es:

$$T = Ordenada\ en\ el\ origen + Pendiente \cdot \sqrt{l}$$

Considerando el análisis inicial:

$$T = \frac{constante}{\sqrt{g}} \cdot \sqrt{l}$$

La constante, por el momento es desconocida. Si solo dependiera de $1/\sqrt{g}$, la pendiente de la recta debería valer en torno a 0,32. La ordenada en el origen es 0, porque pasa por el origen de coordenadas (para longitud 0 no hay oscilación posible).

Para calcular la pendiente se toman incrementos. Lo más sencillo es tomar un incremento desde el período 2 hasta el período 0:

$$Pendiente = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{2(s) - 0(s)}{1\left(m^{\frac{1}{2}}\right) - 0\left(m^{\frac{1}{2}}\right)} = 2\left(\frac{s}{m^{\frac{1}{2}}}\right)$$

Como la pendiente es mucho mayor a 0,32, la constante tiene valor distinto a 1 e influye en el valor del período. Se iguala la pendiente al valor obtenido:

$$2\left(\frac{s}{m^{\frac{1}{2}}}\right) = \frac{constante}{\sqrt{g}}$$

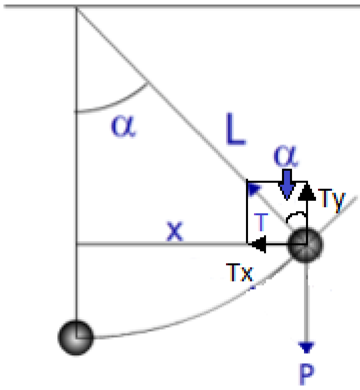
$$constante = 2\left(\frac{s}{m^{\frac{1}{2}}}\right) \cdot \sqrt{g} = 6{,}26$$

El valor de la constante coincide con el doble del valor de π:

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$$

Extraer la relación entre π y 6,26 puede resultar algo complicado, por lo tanto, hemos de ayudarles a ver de dónde puede salir esa relación.

Para ello, hemos de partir de las ecuaciones de Newton (como conocimientos previos) según las cuales, existe un equilibrio de fuerzas en las 2 dimensiones en las que se mueve el péndulo.



Sobre la bola actúan 2 fuerzas: su propio peso y la tensión de la cuerda. La tensión se debe descomponer en la dirección de los ejes x (T_x) e y (T_y) para poder proceder al análisis con las ecuaciones de Newton. Todo el proceso debe dibujarse en la pizarra para que los alumnos puedan seguir en todo momento a qué nos referimos. Tomando dirección hacia la derecha como eje x positivo y hacia arriba como eje y positivo y teniendo en cuenta que la aceleración es la derivada segunda de la posición con respecto al tiempo (concepto de 1º Bachillerato):

- Eje x: $m \cdot \frac{d^2x}{dt^2} = -T_x$
- Eje y: $m \cdot \frac{d^2y}{dt^2} = -P + T_y$

Para poder poner el valor de (T_x) e y (T_y) en función de la tensión y el ángulo de oscilación, se recurre a la trigonometría y se explica paso a paso en la pizarra:

1. El ángulo formado por la cuerda y el eje x sería (90 – α)
2. El ángulo complementario al ángulo 1 sería (180 - (90 – α)): (90 + α)
3. Se divide el ángulo 2 con una perpendicular que pase por la bola y quedan 2 ángulos, uno de 90° y otro igual a α.

Así:

$$sen(\alpha) = \frac{x(t)}{l} = \frac{T_x}{T} \rightarrow T_x = T \cdot sen(\alpha)$$

$$\cos(\alpha) = \frac{T_y}{T} \rightarrow T_y = T \cdot \cos(\alpha)$$

- Eje x: $m \cdot \frac{d^2x}{dt^2} = -T \cdot sen(\alpha)$
- Eje y: $m \cdot \frac{d^2y}{dt^2} = -m \cdot g + T \cdot \cos(\alpha)$

Para ángulos pequeños de oscilación, la variación que experimenta la bola en su dirección y es mucho más pequeña que la variación en el eje x ($\Delta y \ll \Delta x$), de manera que se puede despreciar la variación de y con respecto a t:

$$m \cdot \frac{d^2y}{dt^2} = -m \cdot g + T \cdot \cos(\alpha) = 0$$

$$T \cdot \cos(\alpha) = m \cdot g$$

Si el ángulo de oscilación es pequeño, el coseno de ese ángulo tiende a 1 (se puede comprobar fácilmente dando valores en la calculadora o por la propia definición de coseno):

$$T = m \cdot g$$

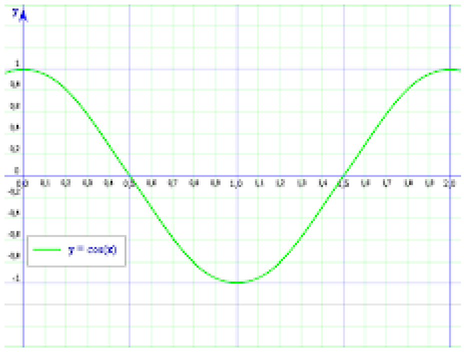
Se sustituye el valor de la tensión en la ecuación del eje x:

$$m \cdot \frac{d^2x}{dt^2} = -m \cdot g \cdot sen(\alpha)$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -g \cdot \frac{x(t)}{l}$$

Sin embargo, no podemos resolver esta ecuación diferencial, para lo que hay que recurrir a las ecuaciones de movimiento oscilatorio.

Para que ellos puedan <u>comprender que se trata de un movimiento oscilatorio</u>, se toma un rollo de papel de mantel y <u>se repite el experimento</u>, rellenando la bola con agujero en la parte inferior con colorante alimenticio. Se coloca el rollo de papel en el suelo de tal forma que al extenderlo quede perpendicular al movimiento del péndulo. Al mismo tiempo que el péndulo oscila, se va desenrollando el papel, de manera que se obtiene la gráfica de una onda. En una oscilación del péndulo, se dibuja lo siguiente:



Los alumnos pueden ver que se trata de una ecuación cosenoidal en la que la posición varía con el tiempo y depende de la amplitud de la onda:

$$x(t) = A \cdot \cos(w \cdot t)$$

A partir de ahora solo queda proceder al desarrollo analítico de la ecuación. Se busca la segunda derivada de x(t) para poder sustituir en nuestra ecuación diferencial. La velocidad angular se mantiene constante:

$$\frac{d(x(t))}{dt} = -w \cdot A \cdot \text{sen}\ (w \cdot t)$$

$$\frac{d^2(x(t))}{dt^2} = -w^2 \cdot A \cdot \cos(w \cdot t) = -w^2 \cdot x(t)$$

$$\left.\begin{array}{c} \dfrac{d^2(x(t))}{dt^2} = \dfrac{d^2x}{dt^2} = -w^2 \cdot x(t) \\[2ex] \dfrac{d^2x}{dt^2} = -g \cdot \dfrac{x(t)}{l} \end{array}\right\}$$

$$-g \cdot \frac{x(t)}{l} = -w^2 \cdot x(t)$$

$$\frac{g}{l} = w^2$$

Anteriormente se había definido la velocidad angular y su relación con el período y la frecuencia:

$$\frac{g}{l} = \left(\frac{2 \cdot \pi}{T}\right)^2 \rightarrow \sqrt{\frac{g}{l}} = \frac{2 \cdot \pi}{T}$$

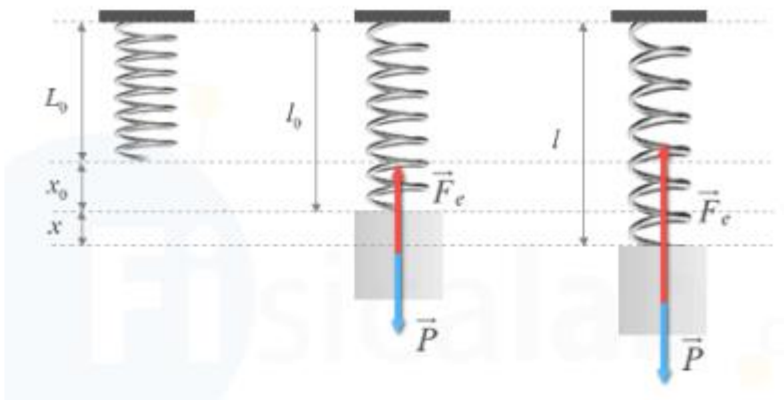
Despejando:

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$$

Esta fórmula coincide con la extraída experimentalmente y, si los alumnos no hubieran descifrado en la experiencia que el valor de la constante 6,26 tenía relación con el número π, a partir de la demostración analítica pueden comprobarlo.

3. Muelle (15 min)

El muelle es otro ejemplo de movimiento armónico simple. Es más sencillo que el péndulo simple desde el punto de vista analítico, ya que se describe en una sola dirección y no interviene la trigonometría. Sin embargo, es más visual el péndulo, porque permite una representación del movimiento oscilatorio más sencilla de montar y de reflejar.



En primer lugar, montamos nuestro muelle (puede ser un alambre de encuadernar) y enganchamos en él un vasito de jarabe para poder introducir en este vaso las distintas monedas que permiten determinar la relación entre la elongación del muelle y la masa que soporta. En primer lugar, los alumnos han de ver la posición inicial del muelle, su longitud, antes de introducir una moneda en el vaso. Se introduce la primera moneda y se ve cuál es la longitud del muelle en este caso. Se estira el muelle y se mide el tiempo que tarda en realizar 10 oscilaciones. Se repite el proceso añadiendo una moneda hasta llegar a 5 monedas.

Los alumnos pueden ver cómo a mayor masa, mayor periodo y mayor elongación. Con los valores anotados por los alumnos, podrán determinar la constante elástica del muelle y comprobar que la descripción analítica de las ecuaciones va a cuadrar con la visión experimental.

La interpretación posible de los alumnos es que el período esté relacionado con la masa, la longitud del muelle, la elasticidad del muelle:

$$[T] = [m]^{\alpha} \cdot [l]^{\beta} \cdot [k]^{\theta}$$

Expresando en las unidades correspondientes:

$$(s) = (kg)^{\alpha} \cdot (m)^{\beta} \cdot \left(\frac{N}{m}\right)^{\theta} = (kg)^{\alpha} \cdot (m)^{\beta} \cdot \left(\frac{kg \cdot m}{m \cdot s^2}\right)^{\theta}$$

$$(s) = (kg)^{\alpha} \cdot (m)^{\beta} \cdot \left(\frac{kg}{s^2}\right)^{\theta}$$

Igualando los exponentes de las unidades de cada lado de la ecuación:

- s: $1 = -2 \cdot \theta$
- kg: $0 = \alpha + \theta$
- m: $0 = \beta$

$$\alpha = -\theta$$

$$\theta = -\frac{1}{2} \rightarrow \alpha = \frac{1}{2}$$

$$T \propto \sqrt{\frac{m}{k}}$$

Se sabe que la constante elástica del muelle es constante, ya que las propiedades no van a cambiar. En principio no sabemos si depende de alguna constante adimensional más y tampoco se conoce el valor de la constante elástica.

Sobre el vaso de monedas actúan 2 fuerzas, el propio peso (P) y la fuerza elástica (F_e) del muelle. Considerando que el desplazamiento se puede describir mediante la letra x y utilizando las ecuaciones de Newton, dibujando en la pizarra las fuerzas para ayudar a los alumnos a ver por dónde va la explicación.

- En la posición de equilibrio, hay un desplazamiento (x_0) con respecto a la longitud del muelle sin cargar una moneda sobre el vaso:

  $$P = F_e \rightarrow m \cdot g = k \cdot x_0$$

  Esta ecuación puede usarse para determinar la fuerza elástica del muelle. Los alumnos han de interpretar que, al ser k y g constantes, las únicas variables dependientes una de otra son la masa y el desplazamiento con respecto a la longitud inicial del muelle. Para ello, pueden calcular la k para distintas masas, ya que tienen los valores tomados en la experiencia. Verán que apenas hay variación entre ellos. Otro método es la representación gráfica, donde se representaría masa frente a desplazamiento. Los alumnos verán que la representación resultante es una recta, lo que demuestra el valor constante de k.

  Obtenido el valor de k se puede proceder a la siguiente parte.

- Cuando se estira el muelle, hay un desplazamiento (x) respecto a la posición de equilibrio, la fuerza ya no es 0, de manera que peso y fuerza elástica no se igualan. Se aplican las ecuaciones de Newton teniendo en cuenta que la aceleración es la derivada segunda de la posición con respecto al tiempo (concepto de 1º Bachillerato):

$$m \cdot \frac{d^2x}{dt^2} = P - F_e = m \cdot g - k \cdot (x + x_0)$$

Tomando la primera ecuación y sustituyendo en la segunda:

$$m \cdot \frac{d^2x}{dt^2} = m \cdot g - k \cdot x - k \cdot x_0 = m \cdot g - k \cdot x - m \cdot g$$

$$m \cdot \frac{d^2x}{dt^2} = -k \cdot x$$

Describiendo de nuevo el movimiento oscilatorio como:

$$x(t) = A \cdot \cos(w \cdot t)$$

$$\frac{d^2(x(t))}{dt^2} = -w^2 \cdot x(t)$$

Sustituyendo:

$$m \cdot [-w^2 \cdot x] = -k \cdot x$$

$$w = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Como se ha definido al inicio la relación entre velocidad angular y período:

$$\frac{2 \cdot \pi}{T} = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}}$$

Aquí se ve que el período finalmente depende de otra constante ($2 \cdot \pi$). Como los alumnos tienen valores experimentales del período, pueden calcular si realmente coinciden con el valor teórico que deberían obtener. De esta manera, los alumnos comprenden el significado físico de la expresión y la interiorizan de una forma más sencilla y significativa porque han descubierto que se cumple.

<u>Actividades de consolidación y ampliación (tareas para trabajar fuera del aula)</u>

Para consolidar los conocimientos aprendidos, se proponen 2 actividades:

La primera de ellas está destinada a emplear el razonamiento lógico y a que observen el por qué de las aproximaciones. La mejor manera de comprender cuando esas aproximaciones son válidas es comparando lo que obtendrían de una manera u otra. Esa comparación es, en definitiva, el error.

La segunda actividad permite el trabajo colaborativo para diseñar un experimento. Se realiza en parejas para que haya un intercambio de ideas entre alumnos y puedan establecer hipótesis que contrastarán entre ellos antes de iniciar el experimento, de manera que, llegado el momento de realizarlo, habrán pasado por una etapa previa de contraste de información que disminuirá las fallas a la hora de realizarlo. Además, el experimento permite desarrollar sus capacidades creativas y ver aplicaciones reales de lo que han aprendido. Por otra parte, se les solicita un vídeo. Este tiene una doble función: trabajar la competencia digital por una parte y, por otra, asegurar que los 2 componentes del grupo han comprendido y participado en la realización del experimento.

1) **El botafumeiro de Santiago de Compostela: se trata de una de las mayores atracciones turísticas y religiosas de Santiago. El funcionamiento del botafumeiro de Santiago es muy sencillo (Ver el siguiente vídeo: https://www.youtube.com/watch?v=S_s2Rf0Z0eE). Cuando se inicia el movimiento de oscilación antes de impulsar el botafumeiro, si quisiéramos lograr un período de oscilación de 8,58 s, ¿Cuál es el ángulo de oscilación máximo para el que podemos aplicar las ecuaciones?**

   En el momento que el botafumeiro está oscilando en la parte alta (en torno al minuto 1,40 del vídeo), ¿se puede calcular el período de oscilación con las ecuaciones que hemos visto?

   Para resolverlo, en primer lugar, debe saber cuál es la longitud de la cuerda del péndulo. Utilizando la ecuación del período:

$$l = \left(\frac{T}{2 \cdot \pi}\right)^2 \cdot g = 18{,}3\ (s)$$

   La amplitud de la oscilación y el ángulo están directamente relacionados. Cuando el tiempo de oscilación es la mitad del período, el péndulo alcanza la amplitud máxima:

$$x(t) = A \cdot \cos(w \cdot t) = A \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot \frac{T}{2}\right) = A \cdot \cos(\pi) = A$$

   Para distancia A, el ángulo es:

$$Ángulo = \alpha = \frac{A}{l}$$

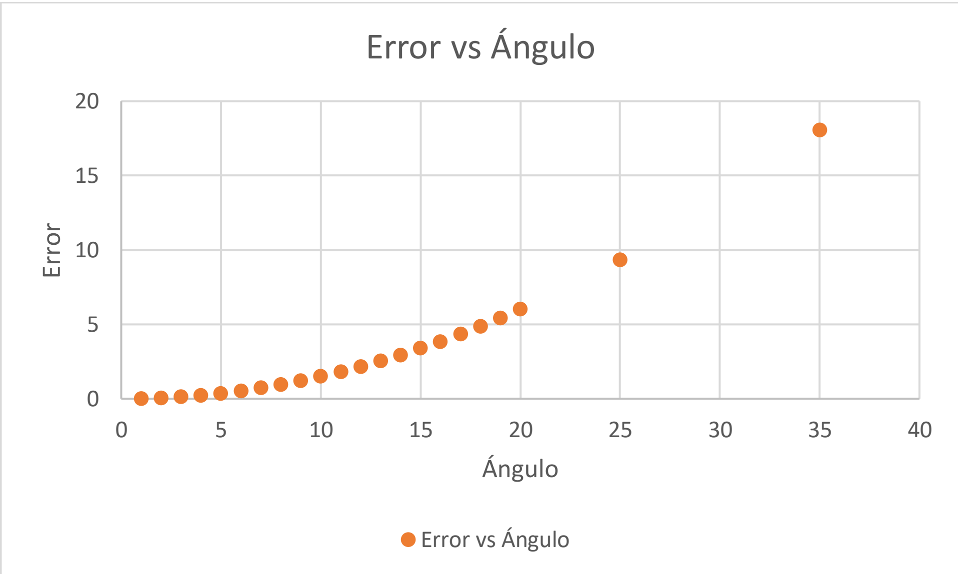
Se dan valores de A y se calcula el ángulo que da esa amplitud. A partir de esa amplitud se puede calcular el coseno del ángulo y el error entre el valor de la tensión con la aproximación de ángulo pequeño y la tensión sin aproximación:

$$T_{aprox} = m \cdot g$$

$$T_{real} = \frac{m \cdot g}{\cos(\alpha)}$$

$$Error = \frac{T_{real} - T_{aprox}}{T_{real}} \cdot 100$$

Si se representa el error frente al valor de la amplitud (o del ángulo), se obtiene



A partir de 5º el error empieza a ser apreciable y a partir de 18º supera el 5%. Por tanto. Se aplicaría para ángulos máximos hasta 25º, donde el error sería superior al 10%.

Por tanto, cuando el botafumeiro oscila en la parte superior de la catedral, las ecuaciones no serían aplicables porque el ángulo de oscilación supera los 40º y la amplitud es demasiado grande para poder realizar la aproximación de ángulo pequeño.

2) **Un equipo de astronautas en una misión espacial en la Luna ha descubierto una extraña roca, pero quieren asegurarse de que no se trata del mineral más común en la Luna, el feldespato. Para ello quieren calcular su densidad. Determinan el volumen por aproximaciones geométricas, pero necesitan calcular la masa y no disponen de balanza. ¿Podrán calcular la densidad? Si formaras parte de ese equipo ¿qué propondrías? Realiza una simulación con un compañero en la que obtengas el valor de la densidad de una roca sin utilizar una balanza y exponedlo en un vídeo.**

La respuesta es sí. Para ello habría que diseñar un experimento como el que han hecho en clase. Tendrían que utilizar un resorte (un muelle de encuadernar sería válido) y calcular su constante elástica empleando instrumentos de masa conocida, pero sin disponer de balanza en ningún momento. Se debería tomar un objeto de forma sencilla para calcular fácilmente su volumen y densidad conocida, como un cubito de hielo (es un prisma de agua a temperatura inferior 0ºC). Con volumen y densidad se calcula la masa del objeto a emplear para determinar la constante elástica del resorte. Una vez suspendido se observa la elongación que se produce y se podría calcular la constante elástica:

$$m \cdot g = k \cdot x_0$$
$$\rho \cdot V \cdot g = k \cdot x_0$$
$$k = \frac{\rho \cdot V \cdot g}{x_0}$$

Sin embargo, en la Luna, la densidad no es g, sino que hay otra aceleración de la gravedad, con lo que habría que utilizar un péndulo para determinar la aceleración de la gravedad en la Luna. Para ello, el experimento es similar a la experiencia realizada en clase: se mide el período para distintas longitudes de cuerda (puede ser unos cordones de zapatos) y utilizando cualquier objeto, pues la masa no influye en el período. Representando T frente a $\sqrt{l}$ se extrae de la pendiente el valor de la aceleración de la gravedad en la Luna (en este caso se obtendrá g).

Sustituyendo en la ecuación, se obtiene k para el resorte. A continuación, se cuelga del muelle la roca cuya masa se quiere obtener y se mide el período de oscilación. Utilizando la ecuación:

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}}$$

La única incógnita es m, con lo que se podría despejar y obtener el valor buscado.

<u>Evaluación de la actividad docente y propuestas de mejora</u>

Al final de cada unidad didáctica, se solicitará a los estudiantes que rellenen en 10 minutos aproximadamente una hoja en la que respondan preguntas como:

- ¿Crees que es útil lo que hemos aprendido?
- ¿Te ha resultado difícil de seguir? ¿Algún punto en especial?
- ¿Qué te ha parecido lo más interesante? ¿Y lo más aburrido?
- ¿Los experimentos te han ayudado a comprender lo explicado o no han aportado lo suficiente?

Estas preguntas permiten ver si la metodología que estamos aplicando es válida para los estudiantes o si tenemos que cambiar algún punto de proceder.

<u>Bibliografía</u>

FISICALAB. *Movimiento Armónico Simple en Muelles* [en línea]. Disponible en: https://www.fisicalab.com/apartado/mas-y-muelles

IES AL-ÁNDALUS. *Tema 5: Vibraciones y Ondas* [en línea]. Disponible en: https://www.iesalandalus.com/joomla3/images/stories/FisicayQuimica/Fis2B/t5_ondas.pdf

IES LA MAGDALENA. *Determinación del valor de "g" con un péndulo simple* [en línea]. Disponible en: https://fisquiweb.es/Apuntes/apun2BFis.htm

IES LA MAGDALENA. *Péndulo simple, periodo y amplitud* [en línea]. Disponible en: https://fisquiweb.es/Apuntes/apun2BFis.htm

REYGIF. *Noria girando GIF animado* [en línea]. Marzo 2019. Disponible en: https://reygif.com/gif/noria-girando-64471?fullscreen

TENOR. *Piolín en su columpio GIF* [en línea]. Abril 2018. Disponible en: https://tenor.com/view/columpio-columpiarse-piolin-piol%C3%ADn-looney-tunes-gif-11655741